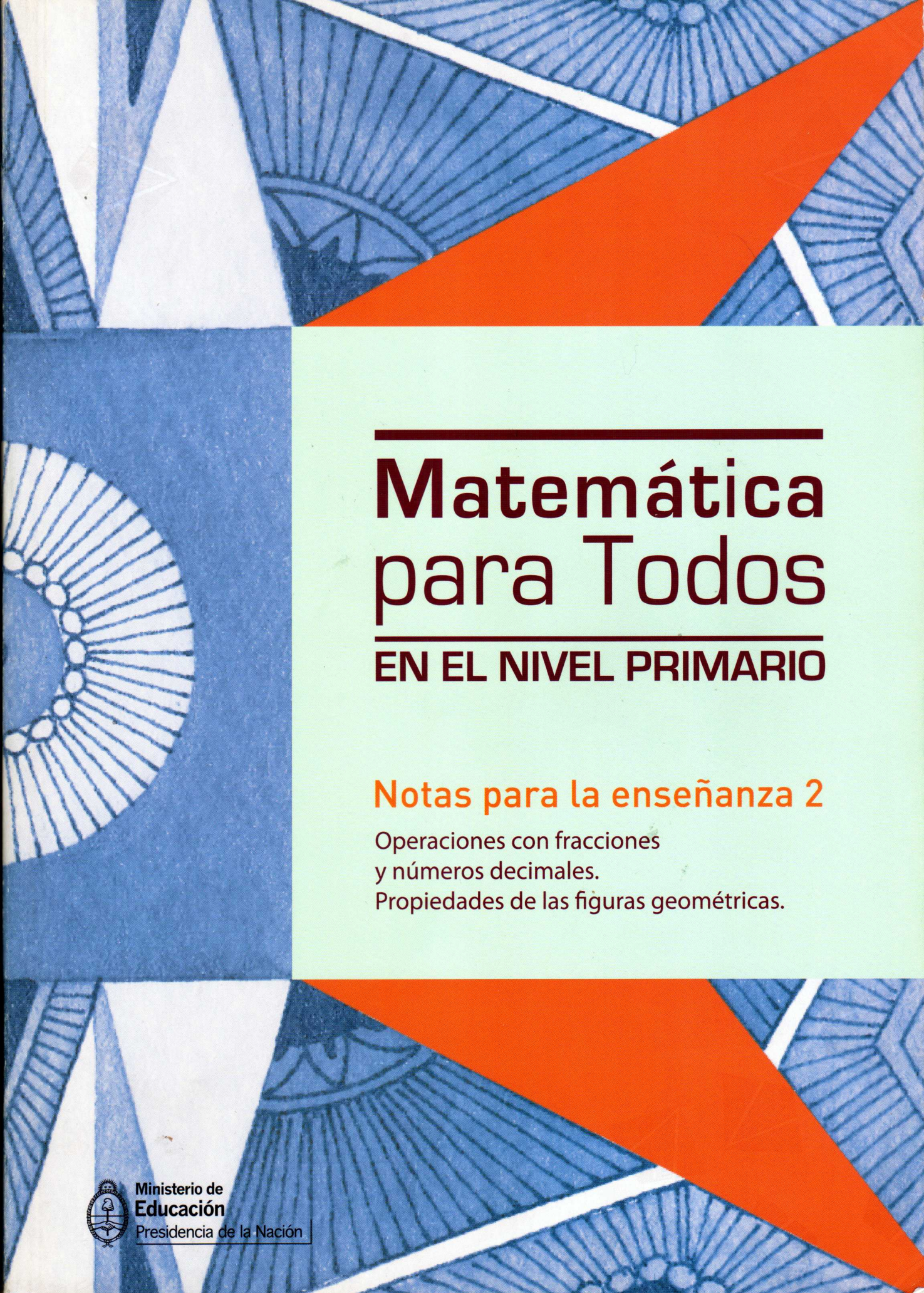




# Matemática para Todos

## EN EL NIVEL PRIMARIO

### Notas para la enseñanza 2

Operaciones con fracciones  
y números decimales.

Propiedades de las figuras geométricas.



Ministerio de  
Educación  
Presidencia de la Nación

**PRESIDENTA DE LA NACIÓN**

Dra. Cristina Fernández de Kirchner

**JEFE DE GABINETE DE MINISTROS**

Cdor. Jorge Capitanich

**MINISTRO DE EDUCACIÓN**

Prof. Alberto E. Sileoni

**SECRETARIO DE EDUCACIÓN**

Lic. Jaime Perczyk

**JEFE DE GABINETE**

A.S. Pablo Urquiza

**SUBSECRETARIO DE EQUIDAD Y CALIDAD EDUCATIVA**

Lic. Gabriel Brener

**DIRECTORA NACIONAL DE GESTIÓN EDUCATIVA**

Lic. Delia Méndez

**COORDINADORA DE ÁREAS CURRICULARES**

Lic. Cecilia Cresta

**AUTORAS**

Mónica Agrasar, Graciela Chemello y Adriana Díaz

**COORDINADOR DE MATERIALES EDUCATIVOS**

Dr. Gustavo Bombini

**RESPONSABLE DE PUBLICACIONES**

Gonzalo Blanco

**DISEÑO Y DIAGRAMACIÓN**

Rafael Medel

**ASISTENCIA GRÁFICA**

Mario Pesci

Agrasar, Mónica

Notas para la enseñanza 2 : operaciones con fracciones y números decimales, propiedades de las figuras geométricas / Mónica Agrasar ; Graciela Chemello ; Adriana Díaz ; con colaboración de Florencia Zyssholtz. - 1a ed. - Ciudad Autónoma de Buenos Aires : Ministerio de Educación de la Nación, 2014.

144 p. : il. ; 28x20 cm. - (Matemática para todos en el nivel primario)

ISBN 978-950-00-1020-7

1. Matemática. 2. Enseñanza Primaria. 3. Guía del Docente. I. Chemello, Graciela II. Díaz, Adriana III. Zyssholtz, Florencia, colab. IV. Título.  
CDD 371.1

Fecha de catalogación: 11/04/2014

## **Estimados docentes:**

Desde el Ministerio de Educación de la Nación hemos asumido el compromiso de trabajar, junto a ustedes, para lograr una distribución más justa de los bienes materiales y culturales entre las niñas y los niños de nuestras escuelas.

Hemos avanzado generando instancias de trabajo compartido entre docentes para analizar y enriquecer las prácticas de enseñanza, aportando, para ello, materiales para el trabajo en el aula.

Consideramos que ese trabajo debe sostenerse en el tiempo, por esa razón y para dar continuidad a ese proceso, les acercamos nuevas secuencias de enseñanza que, esperamos, permitan retomar debates y generar nuevos intercambios, dando lugar a propuestas más ajustadas que, en cada escuela y en el marco de los NAP, contribuyan a sostener trayectorias escolares exitosas para todos los chicos y las chicas.

Confiamos en que el trabajo cooperativo de maestros, directores, supervisores, acompañantes didácticos y capacitadores dé lugar a una mayor inclusión de los alumnos y a una mejora en los resultados de sus aprendizajes, asegurando la disponibilidad de los saberes acordados federalmente en los Núcleos de Aprendizajes Prioritarios.

Los saluda cordialmente

**Prof. Alberto E. Sileoni**  
Ministro de Educación de la Nación

# Índice

|                                                                                   |          |
|-----------------------------------------------------------------------------------|----------|
| <b>La enseñanza de las operaciones con fracciones y números decimales .....</b>   | <b>7</b> |
| Introducción .....                                                                | 7        |
| Secuencia para 4to. Grado Suma y resta con números decimales.....                 | 9        |
| Propósito y comentarios sobre las actividades .....                               | 9        |
| Actividad 1: Ahorros y compras .....                                              | 11       |
| Actividad 2: Más cuentas con dinero y calculadora .....                           | 13       |
| Actividad 3: El Juego del cinco y medio .....                                     | 13       |
| Actividad 4: Después del juego .....                                              | 15       |
| Actividad 5: Bastidores para telares .....                                        | 17       |
| Actividad 6: Para sumar y restar .....                                            | 19       |
| Actividad 7: Estimar y encuadrar.....                                             | 21       |
| Actividad 8: Nuevos bastidores .....                                              | 23       |
| Actividad 9: ¿Vale o no vale? .....                                               | 23       |
| Actividad 10: Mirar lo que aprendimos .....                                       | 25       |
| Actividad 0/11: ¿Qué sabemos? .....                                               | 25       |
| Secuencia para 5to. Grado - Multiplicación con números decimales .....            | 27       |
| Propósito y comentarios sobre las actividades .....                               | 27       |
| Actividad 1: Librería Buenacompra .....                                           | 29       |
| Actividad 2: El Juego de la Guerra con Cartas y un dado .....                     | 31       |
| Actividad 3: Después del juego .....                                              | 33       |
| Actividad 4: Con calculadora.....                                                 | 35       |
| Actividad 5: Multiplicar y dividir por 10, 100, 1000 .....                        | 35       |
| Actividad 6: Yasi Berá.....                                                       | 37       |
| Actividad 7: Distintas formas de resolver una cuenta .....                        | 37       |
| Actividad 8: Cuentas para corregir.....                                           | 39       |
| Actividad 9: ¿Vale o no vale?.....                                                | 39       |
| Actividad 10: Mirar lo que aprendimos .....                                       | 41       |
| Actividad 0/11: ¿Qué sabemos? .....                                               | 41       |
| Secuencia para 6to. Grado - Multiplicación y división con números decimales ..... | 42       |
| Propósito y comentarios sobre las actividades .....                               | 42       |
| Actividad 1: Gastos en la estación de servicio .....                              | 45       |
| Actividad 2: Multiplicar sin calculadora.....                                     | 47       |
| Actividad 3: Juego ¿Quién lo hace más rápido? .....                               | 49       |
| Actividad 4: Después de jugar .....                                               | 51       |
| Actividad 5: El costo de los retazos.....                                         | 53       |
| Actividad 6: Más cálculos con los centímetros .....                               | 55       |
| Actividad 7: Dividir cantidades .....                                             | 57       |
| Actividad 8: Para seguir pensando .....                                           | 59       |
| Actividad 9: ¿Vale o no vale?.....                                                | 61       |
| Actividad 10: Mirar lo que aprendimos .....                                       | 63       |
| Actividad 0/11 ¿Qué sabemos? .....                                                | 63       |



|                                                                                            |           |
|--------------------------------------------------------------------------------------------|-----------|
| <b>La enseñanza de las propiedades de las figuras geométricas .....</b>                    | <b>65</b> |
| Introducción .....                                                                         | 65        |
| Secuencia para 4to Grado: Triángulos y cuadriláteros, lados iguales y ángulos rectos ..... | 67        |
| Propósito y comentarios sobre las actividades .....                                        | 67        |
| Actividad 1: Guerra de lados.....                                                          | 69        |
| Actividad 2: Después de la Guerra de lados .....                                           | 71        |
| Actividad 3: Rompecabezas chino.....                                                       | 73        |
| Actividad 4: Otras siluetas para armar .....                                               | 75        |
| Actividad 5: Nuevos rompecabezas.....                                                      | 77        |
| Actividad 6: Figuras para armar figuras .....                                              | 79        |
| Actividad 7: Juego Detectives de triángulos .....                                          | 81        |
| Actividad 8: Dibujos con regla y escuadra.....                                             | 83        |
| Actividad 9: ¿Se puede o no se puede? .....                                                | 85        |
| Actividad 10: Mirar lo que aprendimos .....                                                | 85        |
| Actividad 0/11: ¿Qué sabemos? .....                                                        | 87        |
| Secuencia para 5to. Grado: Triángulos y cuadriláteros, los lados y los ángulos.....        | 89        |
| Propósito y comentarios sobre las actividades .....                                        | 89        |
| Actividad 1. Costureras y cuadrados.....                                                   | 91        |
| Actividad 2: Escuadras y líneas .....                                                      | 93        |
| Actividad 3: Figuras para armar figuras .....                                              | 95        |
| Actividad 4: Cuadro de cuadriláteros .....                                                 | 97        |
| Actividad 5: Discusiones sobre figuras y ángulos.....                                      | 99        |
| Actividad 6: Detectives de cuadriláteros .....                                             | 101       |
| Actividad 7: Después del juego .....                                                       | 103       |
| Actividad 8: Mesitas diferentes.....                                                       | 105       |
| Actividad 9: ¿Vale o no vale?.....                                                         | 107       |
| Actividad 10: Mirar lo que aprendimos .....                                                | 107       |
| Actividad 0/11: ¿Qué sabemos? .....                                                        | 109       |
| Secuencia para 6to. Grado Triángulos y cuadriláteros: lados, ángulos y diagonales .....    | 111       |
| Propósito y comentarios sobre las actividades .....                                        | 111       |
| Actividad 1: Diseños de barriletes.....                                                    | 113       |
| Actividad 2: Construcciones de rombos y romboides .....                                    | 115       |
| Actividad 3: Mensajes para construir cuadriláteros .....                                   | 117       |
| Actividad 4: Construcciones de rectángulos.....                                            | 119       |
| Actividad 5: Circunferencias y cuadriláteros.....                                          | 121       |
| Actividad 6: ¿Qué figura se forma? .....                                                   | 123       |
| Actividad 7: El Juego de los cuadriláteros .....                                           | 125       |
| Actividad 8: Después del juego .....                                                       | 127       |
| Actividad 9: Vale o no vale? .....                                                         | 127       |
| Actividad 10: Mirar lo que aprendimos .....                                                | 129       |
| Actividad 0/11: ¿Qué sabemos? .....                                                        | 131       |
| Plantilla con figuras y soluciones para el juego del Tangram.....                          | 132       |
| Las actividades de las secuencias y el uso de Geo Gebra.....                               | 133       |







# La enseñanza de las operaciones con fracciones y números decimales

## Introducción

Para el segundo ciclo, se han definido como aprendizajes prioritarios el conocimiento de los números racionales en sus distintas representaciones, el uso avanzado de las operaciones y las formas de calcular para resolver problemas. Se destaca que, en relación con estas últimas, es importante considerar, como inicio del trabajo, el uso de diferentes procedimientos en función de los conocimientos de los alumnos sobre los números involucrados y sobre las operaciones, antes de analizar y utilizar procedimientos más económicos.

Si bien el foco de estas secuencias está en la enseñanza de las operaciones con números decimales, su desarrollo está entramado con contenidos vinculados a la medida y a la proporcionalidad. Para resolver problemas en estos contextos es necesario elaborar estrategias de cálculo que habrá que hacer evolucionar mediante actividades de cálculo mental. Asimismo, se busca promover el control de los resultados al operar con números racionales, más allá del recurso utilizado (cálculo mental, algorítmico, con calculadora, etc.).

Entonces, para iniciar el trabajo sobre cualquiera de estas secuencias, resulta necesario que los alumnos hayan tenido que estimar medidas, medir eligiendo el instrumento y la unidad adecuada, y registrar y comparar cantidades considerando distintas expresiones posibles para una misma cantidad (descomposiciones aditivas, distintas unidades). También es conveniente que hayan resuelto algunos problemas utilizando propiedades de la proporcionalidad directa, por ejemplo calculando dobles o triples.

Se debe tener en cuenta que la comparación de las producciones en la clase dará lugar a la confrontación de diferentes procedimientos de cálculo, lo que a su vez permitirá establecer relaciones entre unidades y explicitar propiedades de las operaciones involucradas. Si bien el foco está en el trabajo con expresiones decimales, será necesario recuperar lo aprendido sobre fracciones, especialmente equivalencias entre expresiones decimales y fraccionarias de un mismo número, equivalencia de fracciones y operaciones con fracciones. En este sentido, será importante tener en cuenta que, a lo largo del segundo ciclo, los alumnos deben tener oportunidad de ir tomando decisiones cada vez más autónomas acerca del tipo de representación que conviene utilizar según el problema a resolver.

En particular, en la secuencia para 4° grado, los conocimientos sobre equivalencias en el contexto del dinero permitirán a los alumnos elaborar y comparar procedimientos de cálculo de sumas y restas entre decimales, avanzando con un repertorio aditivo. Si bien al finalizar la secuencia los alumnos podrán discutir la conveniencia de encolumnar para sumar o restar, y cómo hacerlo, este es sólo un procedimiento más. Se espera que, tanto para calcular como para comprobar la razonabilidad de los resultados obtenidos, las cantidades se expresen en centavos y, en una etapa posterior, en centésimos. Interesa también construir un primer repertorio de resultados memorizados que será la base de las estimaciones futuras.

En la secuencia para 5° grado también se trabajará con precios y longitudes. El trabajo con longitud, peso y capacidad, además de facilitar la exploración de distintos ámbitos de utilización de los decimales, permite acceder a otros órdenes de magnitud, como los milésimos. Es más, si bien el contexto del dinero resulta útil para iniciar los primeros análisis sobre el significado de las escrituras decimales, en realidad oculta la verdadera naturaleza de estos números. Aunque no resultaría nada práctico (y en la actualidad no circulan monedas de 1 centavo), es posible pensar una cantidad de dinero asociada a un conjunto de monedas y, eventualmente, contarlas usando los números naturales. Así, aquello que permite el control inicial de los resultados puede convertirse en un obstáculo.

En este grado se avanza luego con la multiplicación de expresiones decimales por un número natural, pudiendo controlar el resultado obtenido mediante equivalencias. El establecimiento de relaciones entre multiplicación y división, junto con el uso de distintas escri-





## 8

1. Para precisar el alcance y el tipo de tratamiento de los contenidos en cada grado se sugiere la lectura de los apartados “Para comenzar a operar con fracciones y decimales” (en Serie Cuadernos para el aula. Matemática 4), “Para calcular de diferentes formas con fracciones y decimales al resolver problemas decimales” (en Serie Cuadernos para el aula. Matemática 5) y “Para avanzar en los procedimientos de cálculo con distintos tipos de números” (en Serie Cuadernos para el aula. Matemática 6).

ras, también será un insumo para elaborar procedimientos de cálculo no algoritmizado. Por ejemplo, advertir que multiplicar por 0,1 es equivalente a multiplicar por  $\frac{1}{10}$  y, a su vez, a dividir por 10. Con este tipo de relaciones se espera propiciar la elaboración de cálculos adecuados a las diferentes situaciones presentadas, de manera de preparar el camino para la sistematización de estrategias más generales a realizarse en 6° grado.

Se espera que este proceso de resolución y análisis por parte de los alumnos contribuya al progreso de la utilización de procedimientos más económicos de cálculo, al uso de diferentes recursos y al control de los resultados de multiplicaciones y divisiones con números racionales. Hoy la meta ya no es el dominio de los algoritmos con lápiz y papel sino disponer de una variedad de estrategias que permitan, frente a un desafío de cálculo, decidir cuál es el procedimiento más conveniente priorizando el uso de la calculadora, previa estimación del resultado.

En la secuencia para 6° grado se incluye la división entre expresiones decimales, pero, nuevamente, priorizando el establecimiento de relaciones entre operaciones y entre representaciones, así como el uso de propiedades, por sobre la mecanización de un procedimiento particular. Desde un enfoque que promueve el desarrollo de competencias carece de sentido dedicar parte del valioso tiempo escolar al estudio de “los casos” de la división con decimales y a la práctica de algoritmos que sólo se usan excepcionalmente.

Veamos estos contenidos tal como se expresan en los Cuadernos para el aula<sup>1</sup>.

### El reconocimiento y uso de las operaciones entre fracciones y expresiones decimales de uso social habitual en situaciones problemáticas que requieran:

| 4° grado                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                | 5° grado                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                   | 6° grado                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                           |
|-----------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|
| <ul style="list-style-type: none"><li>• Sumar y restar cantidades expresadas con fracciones y decimales, utilizando distintos procedimientos y representaciones y evaluando la razonabilidad del resultado obtenido.</li><li>• Elaborar estrategias de cálculo utilizando progresivamente resultados memorizados relativos a fracciones y expresiones decimales de uso corriente (<math>\frac{1}{2} + \frac{1}{2}</math>; <math>\frac{1}{4} + 1\frac{1}{2}</math>; <math>\frac{1}{2} + \frac{3}{4}</math>; <math>0,25 + 0,25</math>; <math>0,50 + 1,50</math>; dobles; etc.).</li></ul> | <ul style="list-style-type: none"><li>• Multiplicar y dividir cantidades expresadas con fracciones o decimales, utilizando distintos procedimientos y representaciones y evaluando la razonabilidad del resultado obtenido.</li><li>• Explicitar procedimientos de cálculo mental que puedan utilizarse para facilitar otros cálculos (la mitad de la mitad es la cuarta parte, <math>0,25 \times 3 = 0,75 = \frac{3}{4}</math>) y para argumentar sobre la validez de los resultados obtenidos.</li></ul> | <ul style="list-style-type: none"><li>• Operar seleccionando el tipo de cálculo y la forma de expresar los números involucrados que resulte más conveniente en función de la situación y evaluando la razonabilidad del resultado obtenido.</li><li>• Elaborar y comparar procedimientos de cálculo — exacto y aproximado, mental, escrito y con calculadora — de divisiones de expresiones decimales, incluyendo el encuadramiento de los resultados entre naturales y analizando la pertinencia y economía del procedimiento en relación con los números involucrados.</li></ul> |





## Secuencia para 4° grado. Suma y resta con números decimales

### Propósito y comentarios sobre las actividades

En esta secuencia se promueve la elaboración y comparación de diferentes procedimientos de cálculo no algoritmizado (exacto y aproximado, mental y escrito) para sumar y restar números con dos cifras decimales, focalizando en la construcción de un repertorio básico de cálculos memorizados y la estimación de resultados.

El conjunto de las actividades de la secuencia alterna el trabajo en contextos intra y extra-matemáticos, incluyendo un juego. Las consignas dan lugar a que los alumnos decidan, resuelvan, comuniquen en forma oral o escrita los resultados, justifiquen, formulen preguntas, etc., es decir, lleven adelante distintas prácticas propias del trabajo matemático.

Se debe destacar que la comparación de los procedimientos de cálculo da lugar tanto al análisis del valor posicional de las cifras como a las equivalencias entre unidades. En particular, se toma el caso de las equivalencias peso-centavos; metro-centímetros y kilo-gramos. El repertorio inicial comprende expresiones de uso frecuente como 0,25; 0,50 y 0,75 para luego ampliarse incluyendo otros números con dos cifras decimales.

Si bien es posible usar los mismos procedimientos de cálculo para resolver sumas y restas con números más grandes o con más cifras decimales, en esta secuencia se prioriza la producción y el análisis de los procedimientos, se busca fortalecer el repertorio de resultados memorizados y las estrategias de cálculo mental, sin avanzar en el dominio de los algoritmos tradicionales.

Las **tareas** previstas para cada actividad pueden incluirse en el trabajo colectivo, ser realizadas en la clase por algunos alumnos o quedar como tarea para la casa. En general, se trata de consignas cortas que plantean el uso de las nociones en estudio en otros casos, otros contextos, con otras representaciones u otras tareas a resolver. En este sentido, cuando se necesite agregar actividades complementarias para atender a los conocimientos disponibles en la clase de modo que todos tengan trabajo, se debe tener en cuenta que variar el tipo de representación o de tarea permite enriquecer la propuesta sin apartarse del foco de trabajo.

Cuando para responder a las necesidades de algunos niños se plantean problemas nuevos o con números más grandes que la clase asume como “más difíciles”, muchas veces se fortalecen ciertos roles estereotipados acerca de “los que saben más” que quisiéramos evitar. Quien ya resolvió, puede avanzar en comunicar lo realizado, en analizar otra resolución posible o en determinar la validez de una afirmación, lo que puede resultarle todo un desafío, y participar luego de la puesta en común aportando algo nuevo pero que es útil para el conjunto de la clase.

La propuesta de seguimiento, Actividad 0/11, se ha pensado en relación con la utilización y explicitación de los procedimientos de cálculo para sumar y restar números decimales. En este sentido, es necesario proponer esta actividad antes de iniciar la secuencia, y al finalizarla; para ello—sin variar el tipo de tarea ni el saber necesario para responder a las preguntas— se deben modificar los contextos y cantidades, para que no se trate exactamente de las mismas situaciones.

A partir del análisis de las primeras producciones de los alumnos, se podrán realizar algunos ajustes en las actividades o diseñar actividades complementarias, con el fin de construir puentes entre lo que el grupo sabe y lo que consideramos necesario que sepa para encarar la secuencia.

La comparación de las producciones de cada alumno en estas dos instancias, permitirá recabar información acerca de sus avances en los aprendizajes esperados. Si esta información nos mostrara que algunos no han avanzado en el sentido previsto, se podrán diseñar actividades específicas que aseguren que todos y todas puedan resolver sumas y restas con números decimales teniendo control sobre los procedimientos utilizados y los resultados obtenidos.





En la **Actividad 1** se proponen dos situaciones en las que los números decimales se usan para indicar cantidades de dinero. En la primera, la tarea propuesta requiere reunir cantidades y averiguar una diferencia. En este caso, los alumnos tendrán que interpretar escrituras diferentes de una misma cantidad, por ejemplo, 25 centavos = \$ 0,25.

Al realizar los cálculos, se pueden reunir los pesos y los centavos de diferentes formas, sin recurrir de manera explícita a la suma de decimales. También se puede aproximar primero usando los pesos y después evaluando cuánto influyen las cantidades de centavos en el total. Se espera que los alumnos puedan recurrir a relaciones en el sistema monetario como apoyo para sus procedimientos: dos monedas de 25 valen lo mismo que una de 50, dos monedas de 50 valen un peso y 10 monedas de 10 centavos forman también un peso.

En el caso del apartado b) el vuelto podrá calcularse por complemento o combinando pesos y centavos, sin hacer efectivamente la cuenta  $10 - 5,85$ .

Tanto en esta actividad, como en todas las que involucran precios, se puede hacer un primer estudio con los datos presentados, y luego comparar con los valores vigentes, o actualizar los precios y corregir los valores antes de presentar la actividad a los alumnos.





**Ya sabés hacer sumas y restas con números naturales para resolver problemas y seguramente usaste algunos números con coma. ¿Cómo resolvés sumas y restas con estos números?**

### **Actividad 1. Ahorros y compras**

**a)** Un grupo de amigos decide juntar dinero para comprar una sogá para jugar en los recreos.

La sogá cuesta \$ 26.

Cada amigo puso parte de sus ahorros.

Anita: - *Traje 4 monedas de \$1, 10 monedas de 25 centavos y 6 monedas de 5 centavos.*

Berny: - *Yo tengo 3 monedas de \$1, 6 monedas de 50 centavos, 1 moneda de 10 centavos.*

Dina: - *Junté \$5 y 4 monedas de 25 centavos y 8 monedas de 10 centavos.*

Claudio: *reuní \$6,90.*

¿Les sobra o les falta para comprar la sogá?

**b)** Otra amiga del grado, Elsi, tiene ahorrados \$ 10 y quiere comprar en la librería:

- Una goma: \$ 0,75

- Un marcador \$ 3

- Una birome \$ 2,10

¿Cuánto le darán de vuelto?





En la **Actividad 2**, se mantiene el contexto del dinero para averiguar el vuelto y calcular cuánto le falta a una cantidad para llegar a otra. Más allá de que los alumnos pueden pensar ambas cuestiones como sumas, para encontrar el resultado con la calculadora, tendrán que formular una resta. Esto permite relacionar los resultados obtenidos por cálculo mental (usando distintas descomposiciones) con la escritura convencional. A su vez, al escribir precios nuevamente volverán a usar las equivalencias obtenidas en la Actividad 1.

Estos problemas favorecen la producción e interpretación de formas diferentes y equivalentes para expresar cantidades, que tendrán que ser explicitadas y registradas al finalizar la clase. Se espera que los alumnos utilicen progresivamente esas descomposiciones para generar procedimientos más eficientes de cálculo mental.

---

---

---

---

---

12

El juego del cinco y medio, en la **Actividad 3**, requiere sumar números con dos cifras decimales terminados en 0 o 5 como en las actividades previas al juego. Sin embargo, los que eran pesos y centavos son ahora enteros y centésimos y se trata de recuperar las equivalencias ya explicitadas para flexibilizar su uso en el cálculo mental. En particular, será necesario explicitar la equivalencia de 5,5 y 5,50.

Se busca fortalecer el repertorio de cálculos mentales con números decimales y socializar las estrategias que se construyan al respecto, de modo que estén disponibles para cada uno de los alumnos. En este sentido, se recuerda que más allá de todas las ventajas que esto implica en términos de producción personal de cada niño, no es suficiente participar del juego. Es necesaria la comunicación al conjunto de la clase de las estrategias utilizadas y su análisis en términos de su conveniencia para el juego, lo que requiere comparar expresiones decimales. A su vez, esto permitirá ir construyendo un repertorio de resultados memorizados que serán útiles para resolver nuevos cálculos.

Otra forma de registrar los puntos, para no poner tanto énfasis en la competencia, es la siguiente: antes de iniciar la partida cada jugador tira una moneda para determinar a qué equipo van a ir sus puntos, por ejemplo, cara = equipo verde, ceca = equipo azul; otra opción es sacar un papel de color. De este modo, y si bien en cada grupo hay un ganador, los puntos individuales de alguien que pierde en su grupo pueden contribuir a que gane el equipo para el que está aportando sus puntos ese día.

---

---

---

---

---





### Actividad 2. Más cuentas con dinero y calculadora

- a) Si comprás la birome que cuesta \$2,10 y pagás con un billete de \$2 y una moneda de \$1, ¿cuánto te dan de vuelto?  
¿Cómo escribirías en la calculadora una cuenta que te dé la respuesta?
- b) Si tenés 2 pesos con 73 centavos y necesitás llegar a 3 pesos, ¿cuánto dinero te falta?  
¿Qué cuenta tendrías que hacer en la calculadora? Anotala y luego comprobalo.
- c) ¿Cuánto hay que agregar si tenés 2 pesos con 3 centavos y necesitás 3 pesos?  
¿Cómo harías la cuenta en la calculadora?
- d) Con 3 monedas de \$ 0,50; 3 monedas de \$ 0,25 y 3 monedas de \$ 0,10.  
- ¿Se pueden pagar justo las siguientes cantidades? ¿Cómo?  
\$ 1,80      \$ 2,45      \$ 1,05      \$1,15      \$2,60  
• Hacé las cuentas con la calculadora y anotalas.  
• ¿Será posible hacerlo de diferentes maneras? Anotalas.

#### Tarea:

Escribí las siguientes cantidades usando números con coma:

- 2 pesos con 5 centavos    • 2 pesos con 50 centavos    • 75 centavos
- 7 pesos con 5 centavos    • la cuarta parte de 1 peso    • 1 peso y medio

13

### Actividad 3. El Juego del cinco y medio

Para jugar, júntense en grupos de cuatro compañeros. Van a necesitar un mazo de 48 cartas con decimales como estas, cuatro de cada una.



Por turnos, hay un jugador que reparte las cartas y tiene el mazo. Se mezclan todas las cartas y se reparte una carta para cada jugador. Luego, cada jugador va pidiendo, de a una, tantas cartas como quiera para tratar de aproximarse lo más posible a 5,5.

Cada jugador decide cuándo le conviene “plantarse”, para no pasarse del valor indicado. Al finalizar la ronda cada uno muestra sus cartas y se anota un punto el jugador que más se acerque a 5,5.

Se vuelven a mezclar las cartas y se juegan 4 o 5 rondas más. Gana el jugador que junta más puntos.

#### Tarea:

Anotá dos cálculos de modo que el resultado esté cerca de 5,5. En uno, el resultado tiene que ser mayor y en otro, menor.





En la **Actividad 4**, las dos primeras consignas de trabajo vuelven sobre el análisis de posibles jugadas. Por ejemplo, ante 2,50; 0,25; 0,75; 1,25 los niños pueden sumar la parte entera, la decimal y luego componer lo obtenido, pueden completar el entero reuniendo primero 0,25 y 0,75.

Las consignas c) y d) están más orientadas a la reflexión sobre el cálculo aunque mantienen la vinculación con el juego. Ya no se trata de resolver sino de comprender un procedimiento usado por otro, revisarlo, determinar su validez, identificando las diferencias con otros y reconociendo los límites de su aplicación.

A través de consignas que evocan el juego, se trata de recuperar las estrategias exitosas, los resultados memorizados, para luego analizar una estrategia de cálculo cercana a las posiblemente utilizadas. Este tipo de tarea, junto a la elaboración de “recomendaciones” planteada en e) permite formular conclusiones de tipo más general.

La tarea da lugar al uso de estos procedimientos en otros casos, lo que permite tanto revisarlos como adquirir alguna comodidad con ellos.





#### Actividad 4. Después del juego

a) Fijate las cartas que recibieron estos amigos. ¿Quién ganó? ¿Por cuánto?

Laura:  $2,50 - 0,25 - 0,75 - 1,25$

Víctor:  $0,25 - 1,50 - 2,75 - 0,50$

b) Javier tiene las siguientes cartas:  $1,75 - 0,50 - 2,25$

Para alcanzar justo “cinco y medio”, ¿qué cartas tiene que recibir? ¿Hay más de una posibilidad?

c) Un alumno recibió la carta con el 0,75, entonces pidió 4 cartas y recibió las siguientes:  $2,25 - 1,50 - 0,25 - 0,50$ .

¿Cuál podría ser una manera rápida de obtener el total?

d) Otro alumno sumó mentalmente dos cartas y dijo: *Cinco y cinco diez, ... diez más setenta da ochenta..., con estas dos cartas no llego ni siquiera a uno*. ¿Qué cartas podría haber sumado? ¿Te parece que estaba sumando bien? ¿Por qué?

e) ¿Qué recomendaciones le darías a un amigo para que no se equivoque al hacer las cuentas para ganar?

15

#### Tarea

I. Resolvé los siguientes cálculos agrupando los números de manera tal que se obtenga una respuesta lo más rápida posible. Antes de hacerlo estimá entre qué números enteros se encuentra el resultado.

a)  $4,25 + 1,50 + 2,50 =$

b)  $2,75 + 3,50 + 1,25 + 5,50 =$

c)  $1,50 + 9,25 + 1,75 + 2,25 =$

d)  $1\frac{1}{2} + 0,5 + \frac{3}{4} + 0,25 =$

II. Buscá una manera rápida de saber el resultado de los siguientes cálculos. Explicá cómo se te ocurrió.

a)  $3,25 - 0,50 =$

b)  $2 - 0,75 =$

c)  $4,50 - 0,75 =$

d)  $1,5 - \frac{3}{4} =$





La situación planteada en la **Actividad 5** involucra otro contexto para los decimales: su uso para expresar longitudes. El trabajo en contextos de medida permite a los niños apoyarse en expresiones equivalentes para una misma cantidad, para comprobar la validez de las respuestas obtenidas al expresar el resultado de una medición, realizar una estimación o efectuar cálculos simples.

Para resolver el problema, es necesario acordar primero cómo se usarán las varillas. Por ejemplo, en el caso de los bastidores cuadrados, es posible usar 4 varillas iguales de 37,5 cm de largo o dos varillas de 40 cm y 2 de 35 cm por bastidor, lo que da lugar a distintos cálculos con las medidas. Todos pueden trabajar sobre el mismo modelo o explorar las distintas alternativas para determinar si hay uno más conveniente que otro. Es más, se podría separar la clase en grupos para estudiar los distintos casos. Si bien se espera que surjan algunas sumas y restas de manera explícita, también es posible hacer algunas estimaciones preliminares basándose en equivalencias sin evaluar cómo se colocan las varillas en el bastidor o si en algún caso se desperdicia más o menos material que en otro: con una varilla de 1,20 se pueden hacer 3 de 40, o dos de 40 y dos de 20; se pueden cortar 4 de 25 y una de 20, etc. También se podría generar algún ejemplo para que los chicos lo analicen.

La tarea propuesta apunta a resolver sumas y restas que dan 1, para que los alumnos logren detectar ciertas regularidades relativas al cálculo con estas expresiones.

Hasta aquí, los alumnos han elaborado ciertas estrategias de suma y resta válidas para los casos planteados sin recurrir necesariamente al uso de los algoritmos usuales.

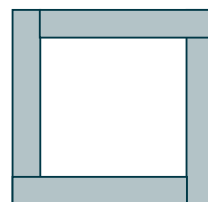
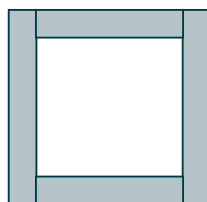
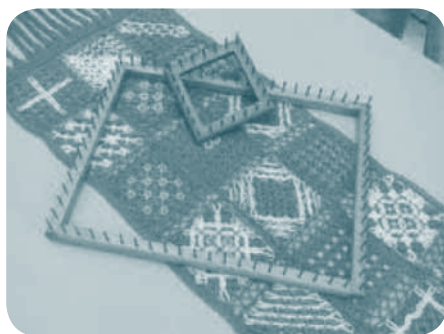
16





### Actividad 5. Bastidores para telares

Un papá que tiene carpintería dona varillas de 1,20 m de largo y 2,5 cm de ancho y de espesor para el proyecto de telar de la escuela. Los chicos piensan armar 2 bastidores cuadrados de 40 cm por 40 cm y 2 de 20 cm por 25 cm. ¿Cómo conviene cortar las varillas? ¿Cuántas necesitan?



#### Tarea

I. Completar las sumas o restas de modo que den 1:

$$0,55 + \dots = 1$$

$$0,8 + \dots = 1$$

$$1,05 - \dots = 1$$

$$0,75 + \dots = 1$$

$$0,99 + \dots = 1$$

$$1,60 - \dots = 1$$

$$0,25 + \dots = 1$$

$$2,1 - \dots = 1$$

$$2,25 - \dots = 1$$

II. Si en el caso de las sumas, hubiera que completar para llegar a 2, o a 5, ¿cómo cambia el número que se agrega? ¿Por qué?







### Actividad 6. Para sumar y restar

I. Corregí las siguientes cuentas. En el caso de que estén mal resueltas, explicá por qué pueden haberse confundido los chicos.

a) Laura:

$$\begin{array}{r} 45,61 \\ + 4,2 \\ \hline 460,3 \end{array} \qquad \begin{array}{r} 8,45 \\ - 3,07 \\ \hline 5,38 \end{array}$$

b) Sofía:

$$\begin{array}{l} 0,4 + 0,8 = 0,12 \\ 7,7 + 6,7 = 13,14 \end{array}$$

c) Víctor:

$$\begin{array}{l} 9,011 - 0,10 = 9,01 \\ 1,6 - 1,03 = 0,3 \end{array}$$

II. a) Pensá, sin hacer la cuenta, si la suma de 0,57 y 0,31 dará más o menos que 1.

b) Víctor sostiene que no puede dar más de uno porque  $57 + 31$  es menor que 100. ¿Estás de acuerdo? ¿Por qué?

c) Pensá, sin hacer la cuenta, si el cálculo  $12 - 1,99$  dará más o menos que 10. Explicá cómo lo pensaste.

19

#### Tarea

a) Completá sumando o restando:

$$\begin{array}{ll} 2,8 \dots\dots = 3 & 0,49 \dots\dots = 1 \\ 2,08 \dots\dots = 3 & 0,49 \dots\dots = 5 \\ 2,08 \dots\dots = 0,03 & 0,49 \dots\dots = 0,09 \\ 2,08 \dots\dots = 0,3 & 0,49 \dots\dots = 0,9 \end{array}$$

b) Anticipá si el resultado de  $5,5 - 2,84$  será mayor, menor o igual a  $8 - 6,34$  y resolvé para comprobar.

c) ¿Cuál es la diferencia entre el resultado de  $1 - 0,03$  y el de  $1 - 0,3$ ?







### Actividad 7. Estimar y encuadrar

a) Anticipá el resultado estimando entre qué números naturales se encuentra:

$$0,5 + 2,25 + 4,50 =$$

$$24,34 + 0,06 + 2,7 =$$

$$7,89 - 0,09 =$$

$$89,76 - 0,03 =$$

$$7,89 + 0,1 =$$

$$7,89 - 0,1 =$$

$$7,89 + 0,01 =$$

$$7,89 - 0,01 =$$

$$7,89 + 0,001 =$$

$$7,89 - 0,001 =$$

b) Resolvé cada uno de los cálculos anteriores y verificá luego los resultados con la calculadora.

#### Tarea

Anticipá si el resultado de cada uno de estos cálculos va a estar entre 0 y 0,5; entre 0,5 y 1 o si será mayor que 1:

| Cálculo       | Resultado     |               |             |
|---------------|---------------|---------------|-------------|
|               | entre 0 y 0,5 | entre 0,5 y 1 | mayor que 1 |
| $1,08 - 0,8$  |               |               |             |
| $0,08 + 0,8$  |               |               |             |
| $1,05 - 0,5$  |               |               |             |
| $1,5 - 0,75$  |               |               |             |
| $0,39 + 0,3$  |               |               |             |
| $0,09 + 0,99$ |               |               |             |



En la primera parte de la **Actividad 8**, se vuelve sobre el contexto de los bastidores para utilizar lo aprendido sobre cálculo. Si bien la primera pregunta podría responderse estimando, para determinar qué bastidores podrían hacerse con los recortes, es necesario —después de acordar el tipo de corte y la precisión de la medida de lo que queda— calcular diferencias, tanto sea por complemento o quitando. Esas diferencias pueden expresarse tanto en m como en cm y es posible usar el valor en cm como apoyo para analizar la cuenta usual para restar expresiones decimales.

$$\begin{array}{r} 150 \text{ cm} - 113 \text{ cm} = 37 \text{ cm} \\ \phantom{150 \text{ cm} - 113 \text{ cm} = 37 \text{ cm}} \phantom{0} 1,5 \\ \phantom{150 \text{ cm} - 113 \text{ cm} = 37 \text{ cm}} \phantom{0} - \\ \phantom{150 \text{ cm} - 113 \text{ cm} = 37 \text{ cm}} \phantom{0} 1,13 \\ \hline \phantom{150 \text{ cm} - 113 \text{ cm} = 37 \text{ cm}} \phantom{0} 0,37 \end{array}$$

Algunas soluciones posibles:

Un bastidor: una varilla de 2m y otra de 1,50m; sobra un recorte de 40 cm y uno de 37 cm; otro bastidor: 2 varillas de 1m y una de 2m; sobran 2 recortes de 20 cm y uno de 87 cm.

Así se puede hacer uno cuadrado de 50 con las dos varillas de 1 m y uno de 35 con los recortes, o pueden hacer 2 de 50 por 25: las varillas de 50 salen de las de 1m y las de 25 de los recortes.

También se pueden hacer 2 bastidores con una varilla de 2m y dos de 1m, sobran 4 recortes de 20 cm, 2 de 87 cm y la varilla de 1,5 m que podrían usarse de distinto modo. Otra posibilidad, es armar 3 bastidores triangulares y un cuadrado de 20 cm.

En b) se propone otro contexto de uso de los decimales, la expresión de pesos. Al trabajo ya iniciado con metros y centímetros, se agrega el uso de gramos y kilogramos, cuya relación es del orden de los milésimos.

22

Si bien en otras actividades de la secuencia se apunta a que los niños elaboren argumentos para validar sus producciones en lo referido a las operaciones de suma y resta con expresiones decimales, en la **Actividad 9** el foco está puesto en el análisis de afirmaciones y la producción de otras nuevas. Todas las que se incluyen derivan de las relaciones ya trabajadas.

Con esta actividad se trata de propiciar la formulación por escrito de criterios que se han producido durante el trabajo con las actividades de la secuencia, pero que quizás no estén claros o presentes para todos.

Recordemos que la actividad matemática en la clase debe incluir, necesariamente, la comunicación de las conclusiones que se obtienen y el análisis de su validez, así como la explicitación de aquello que se ha aprendido y su vinculación con otros conocimientos. Para ello, se deben generar las condiciones propicias para que la clase se convierta en una verdadera comunidad de producción matemática.

Reconocer si estas afirmaciones se cumplen siempre, a veces o nunca supone volver sobre ideas centrales trabajadas en esta secuencia: reconocer la diferencia entre la parte entera y la decimal; comparar expresiones decimales sin centrarse en la cantidad de cifras sino el valor de posición de esas cifras; tener en cuenta el lugar de la coma para encolumnar números al sumar o al restar.



### Actividad 8. Nuevos bastidores

Para el proyecto de telares, otra carpintería donó 2 varillas de 2m, una de 1,50 m y 4 de 1 m. Todas de 2,5 cm de ancho y de espesor.

Los chicos pensaron que podían armar bastidores triangulares para los que necesitan 2 varillas de 0,80m y una de 1,13m

- a) ¿Cuántos pueden hacer?
- b) ¿Pueden hacer algunos cuadrados con los recortes? ¿De qué medida?
- c) ¿Pueden usar los recortes para armar bastidores para hacer fajas de 50 cm por 25 cm como este?



Fuente: <http://iweb.tntech.edu/cventura/Toba.html>

- d) Para hacer una bufanda de 1,75 m de largo se necesitan unos 0,170 kg de lana. Laura tiene medio kilo de lana y dice que piensa que le alcanza para 3 bufandas, pero Javier dice que en ese caso una bufanda va a tener que ser un poco más corta. ¿Cuánta lana le queda a Laura para hacer la tercera bufanda? ¿Quedará mucho más corta? ¿Por qué?

#### Tarea

Si se suman estas cantidades, ¿se obtiene más o menos que 2 kg? ¿Cuánto más o cuánto menos?

- a)  $\frac{3}{4}$  kg + 200 g + 1,350 kg
- b) 650g + 1  $\frac{1}{2}$  kg
- c) 0,5 kg + 0,850 g +  $\frac{3}{4}$  kg

### Actividad 9. ¿Vale o no vale?

- a) Explicá si las siguientes afirmaciones valen siempre, a veces o nunca.  
Para resolver sumas y restas con números decimales:
  - Si se trata de precios, hay que ir resolviendo los centavos con los centavos y los pesos con los pesos.
  - Se puede sumar primero la parte entera de los números y después la parte decimal.
  - Se puede restar si el primer número (minuendo) tiene más cifras que el segundo número (sustraendo).
  - Si los números se ponen en columna para hacer la cuenta hay que ordenarlos de modo que coincida la última cifra.
- b) Escribí dos afirmaciones correctas acerca de cómo se resuelven las sumas y restas con decimales. Compartilas con tus compañeros.
- c) Explicá en qué se parecen y en qué se diferencian las palabras: centavo, centímetro y centésimo.





Finalmente, en la **Actividad 10** se propone revisar lo trabajado en las anteriores. Estas consignas contribuyen a jerarquizar los conocimientos aprendidos. Al mismo tiempo, dado que se trata de una autoevaluación permite al alumno tomar conciencia de lo que repasó y registrar lo nuevo que aprendió. También le permite responsabilizarse de aquellos aprendizajes que aún no ha logrado.

Por ello, se propone la formulación por escrito de estrategias de cálculo y aspectos que considera que debe seguir trabajando para dominar las operaciones de suma y resta con expresiones decimales.

---

---

---

---

---

---

---

---

24

La **Actividad 0/11** tiene la función de orientar el proceso de evaluación y, por lo tanto, su objetivo debe ser explicitado a los alumnos para que progresivamente vayan tomando mayor conciencia acerca de su propio proceso de aprendizaje.

Dado que, como Actividad 0, los alumnos se enfrentan a una situación nueva es razonable esperar que no la puedan resolver en su totalidad, que cometan errores o que simplemente registren “no sé”, “no me acuerdo” o “no me lo enseñaron”. Reconocer, frente a una situación nueva, qué es lo que se puede hacer y qué no, es el primer paso para afrontar nuevos aprendizajes.

El problema 1 puede ser resuelto inicialmente apoyándose en las equivalencias de dinero y, después de realizar la secuencia, cabría esperar que los alumnos operen directamente con los decimales.

Al comparar las producciones del ítem 2 interesará detectar si se usan, o no, los mismos procedimientos.

Los ítems 3 y 4 son los más desafiantes para los alumnos ya que trascienden la resolución para exigir la comunicación de procedimientos y argumentos. Es entonces posible que en un primer momento queden sin hacer, que se registren expresiones confusas o incompletas. Al finalizar la secuencia, se espera que los que no anotaron nada puedan hacerlo y los que registraron alguna explicación la hayan mejorado.

---

---

---

---

---

---

---

---





### Actividad 10. Mirar lo que aprendimos

- a) ¿Qué actividades te resultaron más fáciles?
- b) ¿Cuáles te costaron más? ¿Por qué pensás que te resultaron más difíciles?
- c) ¿Cómo hacés para darte cuenta rápidamente cuánto le falta o sobra a un número con coma para llegar al entero más cercano?
- d) Si un amigo te pregunta cómo se resuelve una suma (o una resta) entre números con coma, ¿qué le dirías?
- e) ¿Tendrías que repasar algo más para poder resolver cuentas de suma y resta con números decimales?

### Actividad 11. ¿Qué sabemos?

#### 1. En la librería

- a) Con un billete de \$ 5 pagué en la librería \$ 3,25. ¿Cuánto me dieron de vuelto?
- b) Paulina averiguó que el pincel que necesita comprar cuesta \$ 2,50 y su amiga dice: *Yo lo compré en otra librería a dos pesos con quince centavos.*  
¿Quién lo pagó más barato?  
¿Cuánto más barato es en una librería que en la otra?

#### 2. Para resolver:

##### a) Calcular

$$2,50 + 4,25 + 1,75 = \quad 2,50 + 8,75 + 5 = \quad 5 - 2,05 =$$

##### b) Estimar sin hacer la cuenta, indicando entre qué números naturales está el resultado

$$3,25 + 3,75 + 7,50 = \quad 4,50 + 1,50 + 5,25 = \quad 8,50 - 2,75 =$$

#### 3. Para explicar:

Al resolver  $3,5 + 1,65 + 2$ , tres amigos llegan a distintos resultados.

|        |          |         |          |       |          |
|--------|----------|---------|----------|-------|----------|
| Marta: | 3,5      | Norita: | 3,50     | Paco: | 3,50     |
|        | 1,65     |         | 1,65     |       | 1,65     |
|        | <u>2</u> |         | <u>2</u> |       | <u>2</u> |
|        | 6,70     |         | 5,17     |       | 7,15     |

Analiza los procedimientos y explicá los errores cometidos.

#### 4. Para registrar lo que aprendiste

Escribí cómo le explicarías a un amigo qué diferencia hay entre sumar dos números con coma y sumar dos números sin coma.







## Secuencia para 5° grado - Multiplicación con números decimales

### Propósito y comentarios sobre las actividades

Para avanzar en la construcción de las operaciones con números decimales, en esta secuencia se propone que, a partir de la resolución de problemas, se desarrollen estrategias de cálculo mental para llegar, más adelante, a la reflexión sobre algunas de las propiedades de las operaciones, tomando la multiplicación como objeto de estudio.

Puesto que se considera una enseñanza que prioriza el aprendizaje con la construcción del sentido de los conocimientos, para las operaciones con expresiones decimales, se proponen unos primeros problemas en el contexto del dinero avanzando con un juego que habilita la recuperación de algunas estrategias de cálculo mental. Luego, se podrá reflexionar sobre ciertas técnicas que permitan hacer evolucionar los procedimientos utilizados en primer término.

En la secuencia, se alternan actividades en las que se hace uso de distintos recursos de cálculo con otras en las que esos procedimientos son analizados para explicar por qué funcionan, en qué casos conviene usarlos y en cuáles no, cómo se puede estimar si el resultado es razonable.

Lo que interesa es abrir una variedad de procedimientos de cálculo sobre los que los alumnos tengan control.

Se destaca que —en relación con las formas de calcular— es importante considerar como inicio del trabajo el uso de diferentes procedimientos en función de los conocimientos disponibles de los alumnos sobre los números involucrados y sobre las operaciones, antes de analizar y utilizar procedimientos más económicos. Esto se traduce en un trabajo reflexivo donde ciertas estrategias y resultados para sumar y restar que venían construyendo desde el año anterior, se relacionan con la multiplicación y algunas divisiones de racionales por un número natural.

Cuando se pone el acento sobre la enseñanza de los algoritmos, muy rápidamente los aprendizajes de los alumnos quedan reducidos a la memorización de un conjunto de reglas para cada una de las operaciones y se empobrece la comprensión de las mismas.

Como ya se ha planteado, las **tareas** pueden ser realizadas en la clase —por todos o por algunos alumnos— o quedar para hacer en casa y, en ese caso, es necesario recuperarlas en el inicio de la clase siguiente. Cuando se necesite agregar actividades complementarias para atender a los conocimientos disponibles en la clase de modo que todos tengan trabajo, se debe tener en cuenta que variar el tipo de representación o de tarea permite enriquecer la propuesta sin apartarse del foco de trabajo. Si se propone el mismo tipo de tarea con problemas nuevos o con números más grandes que la clase asume como “más difíciles” se refuerza aquello que el alumno “ya sabe hacer” y, tácitamente, se sostiene una cierta superioridad de ese alumno sobre los demás. Al que calcula sin dificultad se le puede solicitar que analice un procedimiento distinto hecho por otro, que determine si una afirmación es válida o no, que elabore una pregunta que pueda responderse con un determinado cálculo, explorar cómo varía el resultado si se modifican los números, etc.

Se trata de plantear un nuevo desafío, en este caso fortaleciendo competencias ligadas a la comunicación y la argumentación, y no de ejercitar algo conocido. A la vez, cuando se hace una puesta en común, resulta interesante, y útil para el conjunto de la clase, contar con aportes distintos sobre un mismo problema inicial y dejar abiertas nuevas preguntas para todos.

La propuesta de seguimiento, Actividad 0/11, se ha pensado en relación con la utilización y explicitación de los procedimientos de cálculo para multiplicar expresiones decimales. En este sentido, es útil proponer esta actividad antes de iniciar la secuencia, y al finalizarla; para ello, se deben modificar los contextos y cantidades sin variar el tipo de tarea ni el saber necesario para responder a las preguntas, para que no se trate exactamente de las mismas situaciones y puedan ser fácilmente comparadas.





En la **Actividad 1** se espera que los alumnos planteen el uso de la multiplicación para resolver problemas con los que ya están familiarizados en el campo de los números naturales, en los que se relacionan cantidades proporcionalmente. Sin embargo, para resolverlos es posible que se apoyen en algunas estrategias de cálculo de suma y resta con decimales. Para multiplicar por 8 se pueden apoyar en el doble, del doble, del doble o multiplicar la parte entera, la parte decimal por separado y luego sumar ambos resultados; para el precio de 10 y 100 fotocopias pueden apoyarse en las equivalencias del dinero (10 de \$ 0,15 es 1,50 y 10 de \$ 1,50 es \$15). En el punto c) se presenta un procedimiento que combina el uso de dobles y la décima parte con el conocimiento del dinero.

En la tarea, el formato de tablas permite reconocer relaciones que facilitan la resolución de los cálculos presentados.

Tanto en esta actividad, como en todas las que involucran precios, se puede hacer un primer estudio con los datos presentados, y luego comparar con los valores vigentes, o actualizar los precios y corregir los valores antes de presentar la actividad a los alumnos.

|          |                    |      |      |                                                    |   |    |
|----------|--------------------|------|------|----------------------------------------------------|---|----|
|          | 1+2 = 3            |      |      |                                                    |   |    |
|          |                    |      |      |                                                    |   |    |
| Cantidad | 1                  | 2    | 3    | 4                                                  | 8 | 16 |
| Precio   | 0,15               | 0,30 | 0,45 | El doble de<br>0,30 o<br>La suma de<br>0,15 y 0,45 |   |    |
|          | 0,15 + 0,30 = 0,45 |      |      |                                                    |   |    |
|          | 0,15 x 3           |      |      |                                                    |   |    |





Ya usaste algunos números con coma para resolver problemas y podés sumar y restarlos. ¿Cómo se resuelven multiplicaciones cuando uno de los números es un decimal y el otro es un número natural?

### Actividad 1: Librería Buenacompra

- a) Para comprar un diccionario de sinónimos, en la Librería Buenacompra, se ofrece un precio contado de \$ 325. Mariela no cuenta con ese dinero y la vendedora le propone abonar un anticipo de \$ 45 y 8 cuotas de \$ 40,15. ¿Cuánto ahorra si paga al contado?
- b) Ramiro fue a la misma librería y en el sector de fotocopiado sacó 20 fotocopias que costaban \$ 0,15 cada una. Había un cartel que indicaba una oferta:  
100 fotocopias \$ 12  
¿Cuánto podría ahorrar Ramiro con la oferta si otro día saca 100 fotocopias?
- c) Gisela compró 5 lápices y pagó en total \$ 7,5. Para averiguar el valor de cada lápiz se le ocurrió pensar que 10 tendrían que costar \$15 y, entonces, piensa que cada lápiz cuesta \$1,5. ¿Es correcto lo que pensó Gisela? ¿Por qué?

### Tarea

Completá la tabla con el valor correspondiente a las distintas cantidades de fotocopias, en este caso se sabe que no se hacen descuentos.

|          |      |    |    |    |    |     |
|----------|------|----|----|----|----|-----|
| Cantidad | 1    | 10 | 20 | 30 | 50 | 100 |
| Precio   | 0,15 |    |    |    |    |     |

|          |      |   |   |   |   |    |
|----------|------|---|---|---|---|----|
| Cantidad | 1    | 2 | 3 | 4 | 8 | 16 |
| Precio   | 0,15 |   |   |   |   |    |





Sobre la base de un juego de cartas con reglas conocidas —el de La Guerra con cartas españolas o francesas— la **Actividad 2** propone trabajar sobre productos entre decimales y naturales, para habilitar la construcción de un repertorio de productos. Dado que no hay cantidades involucradas los chicos pueden apoyarse en el sentido de la multiplicación como “veces” y recurrir a la suma, usar dobles, pensar “en centésimos”, multiplicar por separado la parte entera y la decimal y luego sumar los resultados y usar la multiplicación.

La puesta en común, posterior al juego, es sumamente importante para habilitar la socialización de los criterios con los cuales los alumnos respondieron a las consignas acerca de los cálculos que se pueden resolver mentalmente de aquellos para los que usaron lápiz y papel, como también los criterios que permiten considerar cuáles son los “productos fáciles”.

En ese intercambio, algunos niños podrán reconsiderar su apreciación sobre lo que hasta el momento consideraban como “productos difíciles”. Por ejemplo, para hacer  $2,75 \times 6$ , es posible duplicar 2,75 (5,50) y luego triplicar la parte entera ( $5 \times 3 = 15$ ) y la decimal ( $0,50 \times 3 = 1,50$ ) para luego sumar ( $15 + 1,50$ ).

Esta tarea puede concluir con la formulación por escrito de los acuerdos a los que llegue el colectivo del grupo.

Al considerar la tarea, es posible discutir que en algunos casos es posible completar con distintas opciones para que haya guerra, mientras que en otros hay solo una. Esto se retoma en la siguiente actividad.

Cuando se propone un juego en la clase, tal como se planteó para 4to grado, se puede determinar que los puntos de cada pareja/jugador se vayan acumulando para un equipo. Por ejemplo, antes de comenzar cada pareja tira el dado y si sale par sus puntos van para el equipo azul y si sale impar para el verde. De este modo, y si bien en cada grupo hay un ganador, las cartas (puntos) de la pareja que pierde pueden contribuir a que gane el equipo/color para el que está aportando sus puntos ese día, equilibrando un poco la competencia que muchas veces surge en este tipo de juegos.

30



## Actividad 2. El Juego de la Guerra con Cartas y un dado

Para jugar, júntense en grupos de cuatro compañeros reunidos de a 2 por equipo. Van a necesitar un mazo de 48 cartas con decimales como estas, cuatro de cada una, y un dado cuyo uno vale 10.



En cada ronda, se reparte una carta para cada equipo y, por turno, se tira el dado para obtener el producto entre la carta y el valor obtenido en el dado. El equipo que obtiene el mayor resultado, se queda con las cartas.

Si ambos equipos obtienen el mismo resultado, se juega una “guerra”: se coloca una nueva carta sobre la anterior y cada uno vuelve a tirar el dado, repitiendo el procedimiento anterior. Gana el equipo que saca el producto mayor.

Cuando se terminan las cartas del mazo, se cuentan las obtenidas durante las rondas por cada equipo y gana el que reunió más cantidad.

Después de jugar registrá:

- a) Dos cálculos que pudiste resolver mentalmente
- b) Dos cálculos para los que usaste lápiz y papel.
- c) ¿Cuáles fueron los productos más fáciles para resolver durante el juego? ¿Por qué?

### Tarea

a) Completá de modo que haya guerra:

$$0,50 \times \dots = 0,25 \times \dots \quad 1,25 \times \dots = 0,25 \times \dots \quad 1,50 \times \dots = 2,25 \times \dots$$

b) Completá de modo que se cumpla la relación:

$$1,25 \times 10 > \dots \quad 0,25 \times 10 < \dots \quad 1,50 \times 10 > \dots$$





En la **Actividad 3**, después del juego, se busca que los alumnos independicen las estrategias de cálculo elaboradas en la situación del juego. Para esto, se proponen consignas que simulen jugadas, y otras donde se proponen diferentes estrategias para llegar al resultado que podrían no haber surgido en el juego. Si bien evocar el uso de monedas permite generar argumentos para controlar los resultados, también se propone la referencia al valor posicional.

Analizar en profundidad cada procedimiento dará lugar tanto a disponer de estrategias alternativas, como a cargar de sentido el procedimiento usual para multiplicar decimales.

En relación con la tarea, algunos niños podrán resolver cálculo por cálculo, en tanto que otros podrán establecer relaciones entre los cálculos de cada columna y también entre columnas. Por ejemplo, al multiplicar  $1,75 \times 2$  se trata de sumarle 2 al resultado de  $0,75 \times 2$  porque lo que le agregué a 0,75 es 1 o bien para completar la columna de las multiplicaciones por 40 es posible multiplicar por 4 los resultados de la 2a columna o duplicar y multiplicar por 10 los resultados de la 1°. Estas relaciones pueden facilitar el cálculo y también pueden constituirse en una herramienta para controlar los resultados.





### Actividad 3. Después del juego

I. Marcos dice que hay un montón de posibilidades de que haya “guerra”. Por ejemplo, carta 0,50 y dado 2 con carta 0,25 y dado 4  
carta 1,50 y dado 2 con carta 0,75 y dado 4  
Encontrá otros ejemplos.

¿Con otros valores del dado sucede algo similar? ¿Cuáles?

¿Con todas las cartas sucede esto?

II. Para hacer las multiplicaciones durante el juego, los grupos encontraron distintas estrategias.

a. Analizó los procedimientos que usaron algunos chicos para decidir cuál te parece más fácil. Explicá por qué lo elegiste.

b. Sonia dice que si un número con centésimos se multiplica por un número natural el resultado en centésimos. ¿Estás de acuerdo con lo que dice? ¿Por qué?

c. ¿Cómo resolvería Ángel  $0,25 \times 8$ ? ¿Y  $2,25 \times 10$  o  $2,25 \times 100$ ?

| Para calcular | $0,25 \times 4$                                  | $1,50 \times 5$                                                          | $2,75 \times 3$                                                                                                               |
|---------------|--------------------------------------------------|--------------------------------------------------------------------------|-------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|
| Lucho         | $0,25 \times 2 = 0,50$<br>$0,50 \times 2 = 1$    | $1,50 \times 2 = 3$<br>$3 \times 2 = 6$<br>$6 + 1,50 = 7,50$             | $2,75 \times 2 = 5,50$<br>$5,50 + 2,75 = 8,25$                                                                                |
| Sonia         | 25 centésimos $\times 4 = 100$<br>centésimos = 1 | 50 centésimos $\times 5 =$<br>250 centésimos = 2,50<br>$5 + 2,50 = 7,50$ | 75 centésimos $\times 3 =$<br>225 centésimos = 2,25<br>$6 + 2,25 = 8,25$                                                      |
| Daniela       | Es como 4 monedas de 25 centavos que es un peso  | 5 monedas de 50 es 2 pesos con 50, y 5 pesos más es 7 con 50             | tres monedas de 50 es 1 con 50, tres monedas de 25 es como una moneda más de 50 y 25 más, que es 2 con 25, más 6, es 8 con 25 |
| Ángel         | $\frac{25}{100} \times 4 = \frac{100}{100} = 1$  | $\frac{150}{100} \times 5 = \frac{750}{100} = 7,50$                      | $\frac{275}{100} \times 3 = \frac{825}{100} = 8,25$                                                                           |

33

#### Tarea

a) Resolvé los siguientes cálculos:

$$0,75 \times 2 = 0,75 \times 10 =$$

$$0,75 \times 40 =$$

$$0,75 \times 80 =$$

$$1,75 \times 2 =$$

$$1,75 \times 10 =$$

$$1,75 \times 40 =$$

$$1,75 \times 80 =$$

$$2,75 \times 2 = 2,75 \times 10 =$$

$$2,75 \times 40 =$$

$$2,75 \times 80 =$$

$$0,1 \times 2 =$$

$$0,1 \times 10 =$$

$$0,1 \times 40 =$$

$$0,1 \times 80 =$$

b) Mirando los cálculos anteriores completá los resultados:

$$7,5 : 10 =$$

$$17,5 : 10 =$$

$$4 \times 0,1 =$$

$$20 \times 0,1 =$$





En la **Actividad 4**, se promueve la formulación de la operación involucrada en el cálculo, para lo cual los alumnos deben establecer las relaciones entre los números de inicio y resultado. Aquí, la calculadora funciona como elemento autocorrector.

La tarea de registrar las anticipaciones en la tabla promueve que los niños no realicen cálculos en forma aleatoria, sino que ante las respuestas erradas puedan realizar reajustes apoyados en su anticipación anterior.

En la parte b) de esta actividad, se apunta a recuperar las relaciones entre multiplicaciones y divisiones en el campo de los números racionales. Se trata de discutir con los alumnos acerca de por qué dividir por 10 da el mismo resultado que multiplicar por 0,1, construyendo criterios sobre la base de los argumentos que los chicos fueron exponiendo en sus respuestas. Esta tarea permite avanzar con otras herramientas para la siguiente actividad.

Por otro lado, los niños pueden advertir que ciertas “certezas” elaboradas en el estudio de los números naturales se vuelven “erróneas” cuando se las extiende a los números racionales, ya que en estos casos, el resultado de multiplicaciones es menor que uno de los factores.

En la **Actividad 5**, se propone completar cálculos con multiplicaciones y divisiones por 10, 100 y 1000, para utilizar estos resultados en cálculos más complejos. Resulta interesante discutir con los alumnos, por ejemplo, que un número de dos cifras dividido por 100 siempre da un número con coma, y analizar en qué casos un número de tres cifras dividido 100 da un número natural o un número con coma.

Estos ejercicios de cálculo brindan la oportunidad de hacer evolucionar y mejorar los procedimientos utilizados inicialmente por los alumnos y, a la vez, abren la posibilidad de aumentar la complejidad de las situaciones propuestas.





#### Actividad 4. Con calculadora

Si en la calculadora se anota el número que aparece en la columna de la izquierda, ¿cómo se puede hacer para obtener el resultado que aparece en la columna de la derecha haciendo un solo cálculo?

a. Registrá lo que pienses y comprobalo con la calculadora.

| Número | Cálculo | Resultado |
|--------|---------|-----------|
| 8,52   |         | 85,2      |
| 0,45   |         | 45        |
| 27,5   |         | 2,75      |
| 9      |         | 0,9       |
| 0,675  |         | 67,5      |
| 24     |         | 2,4       |
| 25,8   |         | 2,58      |

b. Ángel dice que en todos los casos utilizó multiplicaciones ¿Es cierto lo que dice? ¿Por qué?

#### Tarea

Resolvé:

$$\begin{array}{ll} 10 \times 0,3 = & 3 \times 0,1 = \\ 10 \times 0,045 = & 45 \times 0,1 = \\ 100 \times 0,07 = & 7 : 100 = \end{array}$$

35

#### Actividad 5. Multiplicar y dividir por 10, 100, 1000

a) Completá los espacios en blanco. Si querés podés usar la calculadora

$$\begin{array}{lll} 0,1 \times \dots = 1 & \dots \times 100 = 10 & 0,1 : \dots = 0,01 \\ \dots \times 10 = 0,1 & 0,01 \times 100 = & \dots : 100 = 0,001 \\ 0,001 \times 10 = \dots & 0,001 \times \dots = 0,1 & 0,1 : 1000 = \dots \end{array}$$

b) Teniendo en cuenta los resultados de la tabla, resolvé:

$$\begin{array}{ll} 10 \times 0,3 = & 10 \times 0,15 = \\ 10 \times 0,045 = & 100 \times 0,9 = \\ 100 \times 0,07 = & 00 \times 0,806 = \end{array}$$

c) Resolvé estos cálculos:

$$\begin{array}{lll} 1 : 10 = & 0,3 : 10 = & 0,01 : 10 = \\ 5,4 : 100 = & 12,5 : 100 = & 28 : 100 = \end{array}$$

d) Escribí tres ejemplos de multiplicaciones y tres de divisiones de números decimales por 10, 100, 1000.

#### Tarea

a) Para realizar un envío por correo, se preparan cajas cuyo peso es de 1,80 kg. Las cajas contienen 10 revistas iguales.

b) ¿Cuánto pesan 10 cajas iguales?

c) ¿Es cierto que cada revista pesa menos de 150 g? ¿Por qué?

d) Si la encomienda hasta 1 kg cuesta 68,50 y hasta 5 kg \$ 87,75 y hasta 10 kg \$114 y hasta 15 kg \$140. ¿Cuál sería la forma más económica de hacer el envío de las 10 cajas?

e) Si las revistas se embalaran de otro modo, ¿se podría abaratar el costo? ¿Cómo?





En la **Actividad 6**, sobre Yasí Berá, se propone un trabajo con estimaciones. El objetivo es que frente a una situación los alumnos sean capaces de analizarla, de establecer relaciones entre los datos, de buscar procedimientos que les parezcan más útiles, de aplicarlos y de sacar conclusiones respecto de lo realizado. Además, se apunta al análisis de las estrategias de otros y al reconocimiento de sus posibilidades y limitaciones. En consecuencia, estas actividades en las que los alumnos elaboran procedimientos para anticipar o controlar resultados, brindan una nueva oportunidad para avanzar en el conocimiento de las operaciones con expresiones decimales.

---

---

---

---

---

---

---

---

---

---

36

En la **Actividad 7**, se presentan distintas formas de resolver una cuenta. Promover la diversidad de producciones es un modo de incluir a todos en el aprendizaje, además de generar confianza en las propias posibilidades de aprender y poner en evidencia la multiplicidad de formas de pensar frente a una misma cuestión, así como la necesidad de acordar cuáles se consideran adecuadas en función de las reglas propias de la Matemática. Por ejemplo, el grupo A se apoya en la propiedad distributiva de la multiplicación respecto de la suma y el grupo B utiliza las propiedades asociativa y conmutativa de la multiplicación.

---

---

---

---

---

---

---

---

---

---





### Actividad 6. Yasi Berá

- a) El paraje Yasi Berá, en la provincia de Corrientes, comienza a inundarse cuando el río alcanza los 6,7 metros. Al iniciar la época de crecidas el río tiene 5 metros de profundidad y se estima que, aproximadamente, va a crecer entre 0,25 m. y 0,40 m. por día. Si se mantienen las condiciones, ¿en cuántos días se puede esperar que comience a inundarse Yasi Berá?
- b) Para resolver el problema unos amigos decidieron averiguar el mínimo y el máximo de días que podría tardar en inundarse. ¿Cómo lo pudieron averiguar?
- c) Otros compañeros hicieron el cálculo  $0,65 : 2$  y dijeron que se inundará en 5 días aproximadamente. ¿Es correcto? ¿Por qué?
- d) Marina hizo los siguientes cálculos, ¿es correcto? ¿A qué respuesta habrá llegado?
- $$1,7 : 4 = 0,25 + 0,175 = 0,425$$

#### Tarea

Pensá sin hacer la cuenta:

- si  $3,45 \times 6$  da más o menos que 20;
- si  $3,75 \times 4$ ;  $3,50 \times 4$  y  $3,25 \times 4$  dan más o menos que 14.

Escribí cómo lo pensaste.

37

### Actividad 7. Distintas formas de resolver una cuenta

En 5° “D”, la Señó pidió a los chicos que, reunidos en grupos, resolvieran  $0,25 \times 48$ . Estas son algunas tarjetas con las producciones.

#### GRUPO A

$0,25 \times 48 =$   
 $0,25 \times 4 = 1$        $0,25 \times 8 = 2$   
 $0,25 \times 40 = 10$   
Resultado de la cuenta: 12

#### GRUPO B

$0,25 \times 48 = 0,5 \times 0,5 \times 2 \times 3 \times 2 \times 4$   
 $0,5 \times 2 \times 3 = 3$   
 $0,5 \times 2 \times 4 = 4$   
 $3 \times 4 = 12$   
Resultado de la cuenta: 12

- a) Explicá cada procedimiento.
- b) ¿Cómo resolverías vos el cálculo?
- c) Compará tu procedimiento con alguno de los otros compañeros. Indicá qué tienen en común y en qué se diferencian.
- d) Resolvé  $0,125 \times 36$  de dos maneras diferentes.

#### Tarea

Resolvé:

$3,5 \times 3 =$

$0,25 \times 5 =$

$4,50 \times 8 =$

$0,02 \times 40 =$

$0,003 \times 50 =$

$0,008 \times 80 =$





La **Actividad 8** propone a los alumnos cuentas para corregir, recurso que permite la aparición de habituales errores de cálculo. En este sentido, se presentan expresiones mal ordenadas, la incorrecta utilización del algoritmo tradicional o la resolución como si se tratara de dos partes enteras. Se espera que analicen las distintas cuentas sobre la base del estado de conocimiento y uso de sus propias estrategias de cálculo. De esta manera, se pueden comparar las resoluciones, avanzando en la formulación de argumentos que validen o no sus estrategias.

---

---

---

---

---

---

---

---

---

---

38

La **Actividad 9** focaliza acerca de la elaboración de argumentos para validar sus producciones en lo referido a la multiplicación con expresiones decimales. Por ello, la tarea solicitada apunta al análisis de afirmaciones y a la producción de otras nuevas. Todas las que se incluyen derivan de las relaciones ya trabajadas. Se trata de favorecer la formulación por escrito de criterios que se han producido durante el trabajo con las actividades de la secuencia, pero que quizás no estén claros o presentes para todos, esperando su socialización.

Recordemos que la actividad matemática en la clase debe incluir, necesariamente, la comunicación de las conclusiones que se obtienen y el análisis de su validez, así como la explicación de aquello que se ha aprendido y su vinculación con otros conocimientos. Para ello, se deben generar las condiciones propicias para que la clase se convierta en una verdadera comunidad de producción matemática.

---

---

---

---

---

---

---

---

---

---





### Actividad 8. Cuentas para corregir

I. a) Explicá en qué se confundió Laura al realizar esta cuenta

$$\begin{array}{r} 15,67 \\ \times 7 \\ \hline 10,969 \end{array}$$

b) Un amigo no puede explicar qué hizo mal Laura, pero sabe que el resultado no es correcto porque dice que  $15 \times 7$  es más o menos 100. ¿Estás de acuerdo? ¿Por qué?

II.

Martín hizo los siguientes cálculos.

$$0,4 \times 4 = 0,16$$

$$2,2 \times 5 = 10,10$$

$$0,25 : 5 = 0,5$$

$$12,45 \times 10 = 12,450$$

¿Se equivocó? ¿Por qué?

III.

Cuando multiplicás un número natural por otro decimal,

- ¿Qué es lo que tenés en cuenta para saber el resultado?

- ¿Cómo te podes dar cuenta de que no te equivocaste al colocar la coma?

39

#### Tarea

Sabiendo que  $165 \times 23 = 3795$ , calculá:

a)  $165 \times 2,3 =$

b)  $1,65 \times 23 =$

c)  $165 \times 0,23 =$

d)  $0,165 \times 23 =$

### Actividad 9. ¿Vale o no vale?

a) Explicá si las siguientes afirmaciones valen siempre, a veces o nunca.

• Cuando se multiplica un número decimal por un número natural el producto es mayor que el número natural.

• Es lo mismo multiplicar por 0,01 que dividir por 100.

b) Escribí una regla que permita averiguar fácilmente el resultado de multiplicar o dividir por 10. Luego hacelo para 100 y para 1000.





Para finalizar, en la **Actividad 10** se propone revisar lo trabajado en las anteriores. Estas consignas contribuyen a jerarquizar los conocimientos aprendidos. Al mismo tiempo, dado que se trata de una autoevaluación, permite al alumno tomar conciencia de lo que debe repasar y registrar lo nuevo que aprendió. También le permite responsabilizarse de aquellos aprendizajes que aún no ha logrado.

\_\_\_\_\_

Lined area for student response, consisting of multiple horizontal dotted lines.





### Actividad 10. Mirar lo que aprendimos

- a) ¿Qué actividades te resultaron más fáciles?
- b) ¿Cuáles te costaron más? ¿Por qué pensás que te resultaron más difíciles?
- c) ¿Cómo hacés para darte cuenta si el resultado de una multiplicación entre un número natural y un número decimal es razonable?
- d) Si un amigo te pregunta cómo se resuelven las multiplicaciones por decimales, ¿qué le dirías?
- e) ¿Tendrías que repasar algo más para poder resolver cuentas entre números naturales y números decimales?

### Actividad 11. ¿Qué sabemos?

#### 1. La carga máxima de un puente

Un puente colgante tiene un cartel que señala que soporta una carga máxima de 10 toneladas (1 tonelada = 1000 kilogramos).

Un camión que vacío pesa 3,7 t lleva cajones de verduras y frutas con distintos pesos: 75 de 15 kg; 450 de 3,5 kg; 75 de 25 kg; 60 de 28 kg; 700 de 4,2 kg. Con esta carga, ¿puede pasar por el puente?

#### 2. Para calcular

##### a) Resolvé

$$6,5 \times 3 = \quad 0,15 \times 15 = \quad 0,05 \times 8 =$$

- b) Pensá, sin hacer la cuenta, si la cuenta  $3,45 \times 6$  da más o menos que 20. Explicá cómo lo pensaste.

#### 3. Para explicar

##### a) Al resolver $3,26 \times 7$ , dos amigos llegan a distintos resultados.

|         |                                                                  |        |                                                                                                        |
|---------|------------------------------------------------------------------|--------|--------------------------------------------------------------------------------------------------------|
| Norita: | $\begin{array}{r} 3,26 \\ \times 7 \\ \hline 21,182 \end{array}$ | Pedro: | $\begin{array}{r} 3 \times 7 = 21 \\ 26 \times 7 = 182 \text{ centésimos} \\ \hline 22,82 \end{array}$ |
|---------|------------------------------------------------------------------|--------|--------------------------------------------------------------------------------------------------------|

Analizá los procedimientos y explicá cómo pensó cada uno.

##### b) ¿Cuál es la opción correcta? ¿Por qué?

$$3,75 \times 10 = \quad 0,375 \quad 37,5 \quad 30,750 \quad 3,750$$

#### 4. Para registrar lo que aprendiste

- ¿Cómo le explicarías a un amigo que tiene que tener en cuenta para multiplicar un número con coma por un número natural?
- ¿Y para dividir un número con coma por 10, 100, 1000?





## Secuencia para 6° grado - Multiplicación y división con decimales

### Propósito y comentarios sobre las actividades

La suma y la multiplicación por un entero con fracciones y decimales se inicia en 4° grado ligada a los contextos que le dan sentido. Se avanza con estas operaciones en 5° y 6° grados, tanto con las expresiones fraccionarias como con las decimales, con la intención de elaborar y comparar procedimientos de cálculo para llegar a sistematizarlos.

Para avanzar en la construcción de las operaciones con números decimales, en la secuencia para 6° grado, se incluye la división entre expresiones decimales, pero priorizando el establecimiento de relaciones entre operaciones, entre representaciones y el uso de propiedades, por sobre la mecanización de un procedimiento particular. Desde un enfoque que promueve el desarrollo de competencias carece de sentido dedicar parte del valioso tiempo escolar al estudio de “los casos” de la división con decimales y a la práctica de algoritmos que solo se usan excepcionalmente.

Se reitera, ninguna de las técnicas ayuda a los alumnos a pensar sobre el significado de las operaciones, por qué funcionan y cuáles son las propiedades que están utilizando. Además, es posible que los alumnos pierdan rápidamente ese dominio, porque corren el riesgo de confundir u olvidar las reglas tan rápido como las aprendieron. Por ello, se considera fundamental que los problemas permitan a los alumnos avanzar en la comprensión del tipo de situaciones, para cuya resolución son útiles determinadas operaciones, así como la adecuación del tipo de recurso requerido (cálculo exacto, con calculadora, aproximado, etc.). Se espera que de esta forma, vayan construyendo estrategias de cálculo antes de llegar a la sistematización de los algoritmos.

En parte de las actividades de la secuencia, las descomposiciones y escrituras equivalentes de los números y las propiedades de las operaciones permiten controlar la validez de los resultados que se obtienen. Como ya se mencionó, la posibilidad de avanzar en la sistematización de estrategias de cálculo para multiplicar y dividir fracciones y expresiones decimales requiere pensar acerca de las relaciones entre las expresiones decimales y el sistema de numeración, así como recuperar algunos de los significados. Por ejemplo, se espera que un alumno pueda afirmar que décimo por décimo da centésimo, porque piensa en la décima parte de la décima parte.

Por otra parte, cabe destacar que en el Segundo Ciclo, y en especial en 6° grado, es importante que los alumnos comiencen a analizar el nivel de generalidad que tienen las respuestas a los problemas que resuelven. Así, comprobar que se pueden obtener dos expresiones diferentes no es suficiente para afirmar que son resultados incorrectos. Asimismo, deberán descubrir y explicitar que algunas afirmaciones son verdaderas en un campo numérico, o para un rango de números, y no lo son para otros. Por ejemplo, el producto de una multiplicación es mayor que cualquiera de sus factores, siempre que se opera con números naturales, pero esto no es cierto si, por ejemplo, los factores son números racionales menores que 1.

Las **tareas** previstas para cada actividad pueden ser realizadas en la clase —por todos o por algunos alumnos— en función del tiempo disponible o quedar como “tarea para la casa”. En este último caso será necesario, recuperarlas en la clase siguiente. En este sentido, cuando se necesite agregar actividades complementarias para atender a los conocimientos disponibles en la clase de modo que todos tengan trabajo, se debe tener en cuenta que variar el tipo de representación o de tarea permite enriquecer la propuesta sin apartarse del foco de trabajo. En las breves aclaraciones didácticas de las actividades, en ocasiones aparece alguna consigna que puede guiar estos agregados.

Se trata de no perder de vista que a veces, al responder a las necesidades de algunos niños se plantean problemas nuevos o con números más grandes que la clase asume como “más difíciles”, muchas veces se fortalecen ciertos roles estereotipados acerca de “los que saben más” que es conveniente evitar. Quien ya resolvió, puede avanzar en comunicar lo realizado,





en analizar otra resolución posible o en determinar la validez de una afirmación, lo que puede resultarle todo un desafío, y participar luego de la puesta en común aportando algo nuevo pero que es útil para el conjunto de la clase.

La propuesta de seguimiento, Actividad 0/11, se ha pensado en relación con la utilización y explicitación de los procedimientos de cálculo para multiplicar y dividir expresiones decimales. En este sentido, es útil proponer la actividad antes de iniciar esta secuencia y al finalizarla; para ello, se deben modificar los contextos y cantidades sin variar el tipo de tarea ni el saber necesario para responder a las preguntas, para que no se trate exactamente de las mismas situaciones y puedan ser fácilmente comparadas.

Son muchas las situaciones vinculadas al cálculo mental: la estimación de los gastos de una compra de supermercado para no exceder el dinero que se quiere gastar, el cálculo de los ingredientes de una receta para el doble de personas, la decisión para comprar o no una oferta, el redondeo de precios y situaciones vinculadas específicamente con las propiedades y relaciones entre los números.







Ya usaste algunos números con coma para resolver problemas y hacer algunos cálculos. ¿Cómo se resuelven multiplicaciones entre números decimales? ¿Y divisiones?

\* Datos informados en la página <http://res1104.se.gov.ar/consultaprecios.eess.php> de la página de la Secretaría de Energía dependiente del Ministerio de Planificación Federal, Inversión Pública y Servicios correspondientes al mes de noviembre 2012.

### Actividad 1. Gastos en la estación de servicio\*



I. Calculá, de manera aproximada:

- a) ¿Cuánto cuesta llenar un tanque de 50 litros de capacidad? ¿Y un tanque de 80 litros?
- b) ¿Cuántos litros de nafta súper se pueden cargar con \$200? ¿Y si es nafta premium?

II. ¿Qué tuviste en cuenta para estimar los resultados?

- a) Compará tu trabajo con el de otros compañeros ¿llegaron a los mismos resultados? ¿En qué se parecen y en qué se diferencian sus estimaciones?
- b) Realizá los cálculos con calculadora y encontrá la diferencia entre el valor exacto y el aproximado.

III. La mamá de Marcos tiene que hacer un viaje de 778 km y calcula que necesita unos 64,8 litros de Euro diesel pues su auto consume un promedio de 12 litros/km. Antes de calcular  $64,8 \times 6,42$  para saber cuánto va a gastar Marcos estimó que el resultado sería más que \$360. Melina dijo que para ella el resultado estaría más cerca de 400. Marcelo dijo que seguro gasta menos \$450.

- a) ¿Con quién estás de acuerdo? ¿Por qué?
- b) ¿Cómo te parece que pensó cada uno para estimar el resultado?
- c) Realizá el cálculo con calculadora y encontrá la diferencia entre el valor exacto y el que estimó Marcos.

### Tarea

- a) Calculá el valor de 20, 40, 50, 25 litros de nafta.
- b) Estimá el resultado de los cálculos siguientes y anotá cómo lo pensaste. Verificá tus estimaciones con la calculadora.

$$56,5 \times 5,97$$

$$56,5 \times 0,597$$

$$56,5 \times 6,53$$

$$56,5 \times 6,99$$





En la **Actividad 2**, el trabajo con *Cuentas sin calculadora*, permite establecer las relaciones entre las propiedades de los números vinculadas al sistema de numeración y las correspondientes a las operaciones. Promover la diversidad de producciones es un modo de incluir a todos en el aprendizaje, además de generar confianza en las propias posibilidades de aprender y poner en evidencia la multiplicidad de formas de pensar frente a una misma cuestión, así como la necesidad de acordar cuáles se consideran adecuadas en función de las reglas propias de la Matemática.

Por ejemplo, los alumnos avanzarán en la conveniencia de escribir los números de otras formas para facilitar los cálculos “multiplicar por 4,5 da el mismo resultado que multiplicar por 45 y dividir por 10”.

Posteriormente a la puesta en común, para poder resignificar algunas de las hipótesis de trabajo de los alumnos, se pueden proponer consignas del estilo:

- Escribí dos multiplicaciones en las que el resultado sea menor que uno de los factores.
- Escribí dos multiplicaciones en las que el resultado sea menor que ambos factores.





## Actividad 2. Multiplicar sin calculadora

Seguramente ya estás acostumbrado a usar la calculadora cuando hay que hacer cuentas con decimales, pero ¿cómo se hace si no se tiene una calculadora a mano?

I. a) Compará las distintas formas que usaron tres chicos para resolver estas cuentas.

¿Cómo pensó cada uno?

Marcelo

$$32,5 \times 4,5 = 32,5 \times 4 + 32,5 \times 0,5 = 32,5 \times 4 + 32,5 : 2 = 32 \times 4 + 0,5 \times 4 + 16,25 = 128 + 2 + 16,25 = 146,25$$

Carlos

$$32,5 \times 4,5 = 32,5 \times 45 : 10 = 1462,5 : 10 = 146,25$$

Melina

$$32,5 \times 4,5 = \begin{array}{r} 65 \quad 9 \\ 325 \quad 45 \\ \hline 10 \quad 10 \\ 2 \quad 2 \end{array} = 65 \times 9 : 4 = 585 : 4 = 146,25$$

b) Melina dice que Carlos también podría haber multiplicado primero  $325 \times 45$  y después dividir por 100. ¿Estás de acuerdo? ¿Por qué?

II. Escribir los números de distintas formas y utilizar propiedades conocidas permite elegir qué procedimiento usar de acuerdo a los números en juego.

a) ¿Cuáles de los cálculos siguientes tienen el mismo resultado? ¿Cómo los pensaste?

$$2575 : 100 \quad 257,5 \times 0,1 \quad 2,575 \times 100 \quad 257,5 : 10 \quad 2575 \times 1/100 \quad 2575 \times 0,01$$

b) Mostrá, usando escrituras fraccionarias, que:

Multiplicar por 0,1 equivale a dividir por 10

Multiplicar por 0,5 equivale a dividir por 2

Multiplicar por 0,2 equivale a dividir por 5

Multiplicar por 2,5 equivale a multiplicar por 5 y dividir por 2

c) Escribí alguna equivalencia para

Multiplicar por 0,4 equivale a ...

Multiplicar por 1,2 equivale a ...

### Tarea

Teniendo en cuenta que  $2,50 \times 4 = 10$  elegí los resultados correctos y explicá tus elecciones.

|                   |            |       |       |
|-------------------|------------|-------|-------|
| $2,50 \times 0,4$ | $5/10$     | 1     | 0,5   |
| $2,50 \times 0,2$ | $5/10$     | 2     | 0,25  |
| $0,25 \times 4$   | $100/100$  | 0,5   | 0,100 |
| $2,50 \times 40$  | $1000/100$ | 1     | 100   |
| $0,4 \times 0,25$ | $100/1000$ | 0,100 | 0,001 |





En la **Actividad 3**, el juego propone resolver cálculos con números decimales y decidir cuál es el mejor recurso para hacerlo rápidamente. Este juego plantea revisar algunas multiplicaciones y divisiones con decimales. Se tendrá que decidir en qué casos conviene hacerlas con calculadora y en cuáles es más sencillo hacer cálculos mentales. Hay que tener en cuenta que en el caso de los cálculos mentales habrá que revisar tanto las reglas para multiplicar y dividir por la unidad seguida de ceros como las que derivan de descomponer en  $10 \times n$ ,  $100 \times n$ , etc.; y por otros números seguidos de ceros. Además de las tarjetas que se proponen en este material, el docente podrá pensar otras para jugar en otras instancias.

No se debe perder de vista que muchas veces es posible transformar una cuenta en otra, o en varias, de modo que se obtenga el mismo resultado pero la cuenta sea más fácil de resolver, cuestión que se comenzó a discutir en la actividad anterior.





### Actividad 3. Juego ¿Quién lo hace más rápido?<sup>1</sup>

- I. Para jugar, júntense en grupos de tres compañeros. Van a necesitar una calculadora por grupo y 15 o 20 tarjetas con cálculos, como los que se sugieren a continuación.

|                     |                      |
|---------------------|----------------------|
| $789,9 \times 0,1$  | $789,9 \times 100$   |
| $2,5 \times 20$     | $2,5 \times 50$      |
| $1,6 : 4$           | $1,6 \times 0,5$     |
| $4816 \times 0,25$  | $64,20 \times 0,5$   |
| $128,46 \times 0,5$ | $255,45 \times 0,2$  |
| $789,9 : 10$        | $789,9 : 100$        |
| $2,5 \times 2,5$    | $2,5 : 5$            |
| $3,6 \times 0,25$   | $3,6 : 0,5$          |
| $520,5 \times 0,2$  | $248,16 \times 0,25$ |
| $64,20 : 0,5$       | $64,20 : 0,2$        |

Mezclen las tarjetas colóquenlas boca abajo en una pila en el centro de la mesa. Uno de los jugadores hace de secretario y da vuelta una de las tarjetas. Los otros compañeros deben hacer la cuenta, uno la hace con calculadora y el otro mentalmente o ayudándose con lápiz y papel. El que dice primero el resultado correcto gana un punto. El secretario controla el resultado, registra y da vuelta otra tarjeta. Se juegan 5 vueltas, y gana el que sacó más puntos. Luego se cambian los roles y se vuelve a jugar otras 5 vueltas. Se vuelve a cambiar y se juega hasta terminar con las tarjetas.

¿Piensan que tiene ventaja el jugador que tiene la calculadora? ¿Por qué?

- II. a) En grupos de seis integrantes, organicen las tarjetas en dos pilas: las que tienen cálculos que se pueden hacer más rápido mentalmente y las que tienen cálculos que se hacen más rápido con calculadora.
- b) Elijan 3 cálculos que sean fáciles de resolver mentalmente y anoten cómo los pensaron.

#### Tarea

Escribí 3 multiplicaciones entre números decimales que no estén en las tarjetas y sean fáciles de resolver mentalmente.

1. Actividades  
el material de  
Articulación  
Primaria – Media;  
Ministerio de  
Educación Nacional,  
Áreas curriculares.





La organización de la clase para la **Actividad 4** puede hacerse formando pequeños grupos con los alumnos, proponiendo que cada grupo trabaje con un cuadro, para después socializar lo obtenido.

También se les puede solicitar que elaboren con algunos compañeros de otro grupo, 20 tarjetas para volver a jugar a *¿Quién lo hace más rápido?*, proponiendo diez con cálculos fáciles de resolver mentalmente y otras diez con cálculos para los que usen la calculadora.

En este sentido, la formulación escrita de las reglas utilizadas permite explicitar sus conocimientos y volver sobre ellos cuando sea necesario. Además, la elaboración de nuevos ejemplos requiere pensar si podrán o no ser resueltos mediante las estrategias planteadas.





#### Actividad 4. Después de jugar

El juego te propone resolver cálculos con números decimales y decidir cuál es el mejor recurso para hacerlo rápidamente.

Muchas veces, es posible transformar una cuenta en otra, o en varias, de modo que se obtenga el mismo resultado pero la cuenta sea más fácil de resolver.

**a)** Para cada uno de estos cálculos decidí qué opción te parece más fácil para resolver. En cada caso estimá el resultado antes de calcular.

| $\times 0,25$       | dividir por 4 | Hacer la mitad, multiplicar por 5, y dividir por 10 |
|---------------------|---------------|-----------------------------------------------------|
| $24,12 \times 0,25$ |               |                                                     |
| $120,2 \times 0,25$ |               |                                                     |
| $2000 \times 0,25$  |               |                                                     |

| $\times 0,2$        | dividir por 5 | Hacer el doble y dividir por 10 |
|---------------------|---------------|---------------------------------|
| $25,25 \times 0,2$  |               |                                 |
| $124,07 \times 0,2$ |               |                                 |
| $2000 \times 0,2$   |               |                                 |

| $\times 0,5$        | dividir por 2 | Multiplicar por 5 y dividir por 10 |
|---------------------|---------------|------------------------------------|
| $124,68 \times 0,5$ |               |                                    |
| $25,05 \times 0,5$  |               |                                    |
| $2000 \times 0,5$   |               |                                    |

| $\times 1,5$       | dividir por 2 y multiplicar por 3 | Sumar al número su mitad |
|--------------------|-----------------------------------|--------------------------|
| $24,12 \times 1,5$ |                                   |                          |
| $120,2 \times 1,5$ |                                   |                          |
| $2000 \times 1,5$  |                                   |                          |

**b)** Mostrá dos formas distintas de calcular. Usá expresiones fraccionarias para mostrar la equivalencia de los procedimientos.

$$40,20 \times 2,5 =$$

$$40,20 \times 0,75 =$$

$$40,20 \times 0,4 =$$

#### Tarea

Registrá cómo les explicarías a estos chicos por qué están equivocados:

a) Joaquín dice que multiplicó  $30 \times 0,75$  y que no puede ser que le dé un número menor que 30.

b) Jimena dice que la décima parte de la centésima parte es la milésima parte así que  $0,2 \times 0,05$  es 0,0010

c) Para multiplicar por 0,05 Marcelo dice que se puede calcular primero la mitad y después dividir por 100.





En la **Actividad 5** se vuelve a un contexto extramatemático, trabajando con números chicos para posibilitar el análisis de las relaciones.

Se espera que en el ítem a) aparezca que como  $3 + 4 + 2$  ya es 9 y 705 más 40 se pasa, los retazos pueden ser de aproximadamente 2 metros, unos un poco más, en tanto los de tela rayada menos, ya que no llegan a 4 metros.

Para el ítem b) se obtiene:

$$3,70 : 2 = 1,5 + 0,35 = 1,85 \qquad 2,40 : 2 = 1,20 \qquad 4,50 : 2 = 2,25$$

Para calcular el precio, por ejemplo, es posible que realicen:

$$1,85 \times 25 = 25 + 85 \times 25 / 100 = 25 + 21,25 = 46,25$$

$$\text{Otra posibilidad es } 1,85 \times 50 = 92,5 \quad 92,5 : 2 = 46,25$$





### Actividad 5. El costo de los retazos

- I. En un negocio en el que venden telas de tapicería decidieron cortar unos recortes sobrantes para ofrecer retazos en oferta. Hay 3,70 metros de tela rayada, 2,40 m de tela estampada y de 4 metros y medio de otra lisa.
- a) Uno de los vendedores estima que hay algo más de 10 metros de tela y que se podrían sacar unos 5 retazos. ¿Cómo pudo hacer la estimación? ¿De qué tamaño habrá pensado los retazos?
- b) Si se decide cortar los paños de tela por la mitad, y ofrecer los retazos a la mitad del precio, ¿Cuánto costaría cada retazo si la tela se vendía a \$50 el metro?
- c) Con la tela lisa, ¿cuánto medirían los retazos si se corta en 4 o 5 partes iguales? ¿Qué unidades conviene usar para expresar las medidas? ¿Y si se cortaran en 10?

#### Tarea

Calculá cuánto medirían los retazos de tela estampada, y cuánto costarían, si la tela se cortara en 3, 4 o 5 partes iguales.



La **Actividad 6**, propone más cálculos con centímetros, tratando de guiar el análisis de los números involucrados en las divisiones, para identificar el orden de cociente y resto. Una pregunta previa consiste en decidir antes de hacer la cuenta cuántos decimales se van a usar.

En el ítem b), donde se apela a utilizar un procedimiento ya explicitado, la comparación con el uso de la calculadora, habilita el relacionar los distintos resultados:

$$42,18 \text{ m} : 6 = 703 \text{ cm} / 7,03 \text{ m} \quad 42,5 \text{ m} : 4 = 1062 \text{ cm} / 10,62 \text{ m} \quad 0,5 \text{ m} : 8 = 6,25 \text{ cm} / 0,0625 \text{ m}$$

$$56,42 \text{ m} : 3 = 1880 \text{ cm} / 18,806 \text{ m} \quad 56,42 \text{ m} : 9 = 626 \text{ cm} / 6,268 \text{ m}$$

A su vez, para aquellos grupos con los cuales uno quiera avanzar, dependiendo del tipo de procedimientos que vayan utilizando para dividir, se puede proponer:

Melina dice que como en algunos casos hay que obtener milímetros, conviene trabajar con milésimos y que, aunque hay que escribir muchos ceros, es más seguro.

$$\begin{array}{r} 42180 \text{ milésimos} \\ + 42000 \\ \hline 180 \\ - 180 \\ \hline 0 \end{array} \quad \begin{array}{r} 6 \\ \hline 7000 \text{ milésimos} \\ + 30 \\ \hline 7030 \text{ milésimos} = 7,030 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 42500 \text{ milésimos} \\ - 40000 \\ \hline 2500 \\ - 2400 \\ \hline 100 \\ - 100 \\ \hline 0 \end{array} \quad \begin{array}{l} 4 \text{ } \\ \hline 10000 \text{ milésimos} \\ + 600 \\ 25 \\ \hline 10625 \text{ milésimos} = 10,625 \end{array}$$

Después de hacer algunos ejemplos se podría analizar con los chicos si es posible escribir menos ceros sin perder el control de lo que se hace.

54



### Actividad 6. Más cálculos con los centímetros

Para calcular cuánto tendrían que medir los recortes, Carlos dice que conviene pasar todas las cantidades a centímetros, así no se usan números con coma.

$$\begin{array}{r} 370\text{cm} \overline{) 4} \\ \underline{360} \quad 90 \\ 10 \quad + \quad 2 \\ 2 \quad 92 \text{ cm} \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 370\text{cm} \overline{) 5} \\ \underline{350} \quad 70 \\ 20 \quad + \quad 4 \\ 20 \quad 74 \text{ cm} \\ 0 \end{array}$$

- a) ¿Pensás que su procedimiento siempre es útil? ¿Por qué?
- b) Resolvé como lo hace Carlos y después compará los resultados con los que se obtienen al hacer la división con la calculadora expresando la medida en metros.
- $42,18 \text{ m} : 6 =$                        $42,5 \text{ m} : 4 =$                        $0,5 \text{ m} : 8 =$   
 $56,42 \text{ m} : 3 =$                        $56,42 \text{ m} : 9 =$
- c) ¿Cómo cambian los resultados anteriores si se expresan las medidas en milímetros?

#### Tarea

- a) Teniendo en cuenta las cuentas que ya resolviste calculá:
- $42,18 \text{ m} : 60 =$                        $42,5 \text{ m} : 400 =$   
 $56,42 \text{ m} : 30 =$                        $56,42 \text{ m} : 90 =$
- b) Decidí, para cada una de estas divisiones, en qué casos se puede obtener un resultado exacto expresando las cantidades en centímetros y en cuáles no.
- $72,6 \text{ m} : 12 =$                        $72,65 \text{ m} : 12 =$                        $9,3 \text{ m} : 12 =$
- c) ¿Cómo cambian las respuestas anteriores si las cantidades se expresan en milímetros?





La **Actividad 7** recupera lo trabajado en la Actividad 5, intentando generar una reflexión más compleja. Se espera que en el ítem 1, las resoluciones se asemejen a:

$3,70 : 1,50 = 2$  y sobran 70 cm, 2,40 l y sobran 90 cm para 4,5 m 3 y no sobra

Frente a la consigna d) acerca de si cambian los resultados anteriores (consigna c) si se expresan las medidas en milímetros, y qué sucede con los restos, resulta que el resultado no cambia ya que corresponde a la cantidad de retazos y es un entero y lo que cambia es el resto.

|                                                                                                                           |                                                                                                                               |                                                                                                                 |                                                                                                                    |
|---------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|-------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|-----------------------------------------------------------------------------------------------------------------|--------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|
| $\begin{array}{r} 12840 \text{ cm} \overline{) 800 \text{ cm}} \\ 12800 \phantom{00} \\ \hline 40 \text{ cm} \end{array}$ | $\begin{array}{r} 128400 \text{ mm} \overline{) 8000 \text{ mm}} \\ 128000 \phantom{00} \\ \hline 400 \text{ mm} \end{array}$ | $\begin{array}{r} 25 \text{ cm} \overline{) 3 \text{ cm}} \\ 1 \text{ cm} \phantom{00} \\ \hline 8 \end{array}$ | $\begin{array}{r} 250 \text{ mm} \overline{) 30 \text{ mm}} \\ 10 \text{ mm} \phantom{00} \\ \hline 8 \end{array}$ |
|---------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|-------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|-----------------------------------------------------------------------------------------------------------------|--------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|

La modificación de los restos se corresponde con la modificación del dividendo y divisor, dado que los restos están en centímetros y el cociente indica cantidad de partes.

Cuando se resuelve un problema con cantidades (longitudes, pesos, capacidades, etc.) y es necesario operar con ellas, siempre es posible expresar esas cantidades usando unidades más pequeñas para calcular sin usar expresiones decimales, como se puede ver en algunas de las estrategias de cálculo presentadas. En esos casos, es importante tener en cuenta en qué unidad quedó expresado el resto, si lo hay. A modo de sugerencia, se pueden transformar divisiones para obtener otras que sean entre distintos números y que den el mismo cociente. En esos casos, también hay que prestar atención al resto.





### Actividad 7. Dividir cantidades

- a) Si en el problema de la Actividad 5 en lugar de cortar la tela en partes iguales se cortan retazos de 1,50 m cada uno, ¿para cuántos alcanza?, ¿en qué casos queda tela?, ¿cuánta?
- b) Si no es fácil calcular mentalmente y hay que dividir un número decimal por otro, Carlos usa la estrategia de expresar las longitudes en centímetros. Revisá estas cuentas que hizo Carlos y anotá, cuántos retazos de 1,5 m y cuántos metros de tela sobrarían en cada uno de los siguientes casos:

$$\begin{array}{r} 1690 \overline{) 150} \\ \underline{1500} \phantom{0} \\ 190 \phantom{0} \phantom{0} \\ \underline{150} \phantom{0} \phantom{0} \\ 40 \phantom{0} \phantom{0} \end{array} \quad \begin{array}{r} 5405 \overline{) 150} \\ \underline{4500} \phantom{0} \\ 905 \phantom{0} \phantom{0} \\ \underline{900} \phantom{0} \phantom{0} \\ 5 \phantom{0} \phantom{0} \end{array}$$

- c) Resolvé estos cálculos con la estrategia de Carlos, usando las equivalencias en centímetros, y después compará tus resultados con los que se obtienen al hacer la cuenta original en metros con la calculadora.

$$128,4 \text{ m} : 8 \text{ m}$$

$$128,4 \text{ m} : 0,8 \text{ m}$$

$$0,25 \text{ m} : 0,03 \text{ m}$$

$$125,3 \text{ m} : 0,06 \text{ m}$$

- d) ¿Cambian los resultados anteriores si se expresan las medidas en milímetros? ¿Y los restos?

#### Tarea

Roberto compra productos de limpieza al por mayor y los envasa en botellas recicladas para venderlos. Compró un tambor de 208 litros y después de hacer varias ventas le quedan 45,6 litros.

- a) Si los coloca en 15 bidones iguales, ¿qué capacidad tendrían que tener los bidones?
- b) Si envasa en botellas de 2,5 litros el detergente ¿cuántas botellas necesita?
- c) ¿Si usa botellas de 1,5 litros puede llenar 30 botellas? ¿falta o sobra? ¿cuánto?





En la **Actividad 8**, se trata de establecer las relaciones entre división y multiplicación. Es importante que en la puesta en común se plantee la discusión sobre las razones por las que se está o no de acuerdo con la explicitación ofrecida. Esto dará lugar a reflexiones sobre el límite de esta relación en los números racionales. El límite, en este caso, está dado por la cantidad de cifras decimales de los números que se consideran; efectivamente, si se consideran solo los números decimales que tienen hasta tres cifras decimales, entonces 0,237 es el siguiente de 0,236. Esta cuestión se vincula con las propiedades de “discretitud” para el conjunto de los números naturales y “densidad” para el conjunto de los números racionales.

Algunas actividades que se pueden agregar, son:

- Carlos dice que da lo mismo hacer  $2,5 : 0,16$  o  $250 : 16$ . Melina dice que el cociente es el mismo pero el resto no. ¿Con quién estás de acuerdo? ¿Por qué?
- Proponé una división con divisor 16 cuyo resultado sea el mismo que el de hacer  $0,8 : 0,16$ . Proponé otra con divisor 0,04 y otra con divisor 0,8. ¿Las respuestas son únicas? ¿Por qué?  
 $80:16 = 5$     $0,2 : 0,04 = 5$     $4 : 0,8 = 5$
- ¿Por qué número hay que multiplicar a 0,8 para obtener 40? ¿Y a 8 para obtener 400? ¿Y a 0,08 para obtener 4?





### Actividad 8. Para seguir pensando

I. a) Melina quería hacer en la calculadora  $32,45 : 2,9$  y estimó primero el resultado. Pensó en 30 dividido 3 y dijo que le iba a dar un número un poco más grande que 10. Marcos pensó en  $32 : 2$  y dijo que el resultado iba a ser más de 16. Carlos pensó en 3245 dividido 290 y dijo que Melina tiene razón, que va a dar un poco más de 10 pero no tanto como 16 porque el resultado debe estar más cerca de 3300 dividido 300.

¿Con quién estás de acuerdo? ¿Por qué?

b) Analizó las estimaciones que hicieron los chicos para otras cuentas y decidió si te parecen adecuadas o no y registró si se te ocurre otra forma de estimar el resultado. Comprobó luego con la calculadora.

$28,45 : 10,8$  Melina: *si fuera veintiocho dividido diez daría 2,8 pero debe ser menos porque es un poco más de 28 pero dividido casi once.*

$3 : 8$  Marcos: *el resultado es más que 0,3 y menos que 0,7 porque  $3 : 10 = 0,3$  y 3 dividido 4 es 0,75.*

$12,2 : 0,15$  Carlos: *si fuera  $1500 : 15$  daría 100, así que tiene que ser menos de 100.*

$35 : 150$  Joaquín: *150 por 0,1 es 15, y por 0,2 es 30 así que tiene que ser un poco más que 0,2 pero no mucho más. Con 0,25 se pasa porque  $150 \times 0,25$  es 150 : 4 que da más que 35.*

c) ¿Cómo aproximarías el resultado de las siguientes divisiones? Registrá tu procedimiento y después comparalo con el de un compañero que haya pensado de otra forma. Resuelvan luego con la calculadora para determinar qué aproximación fue mejor.

$1250,45 : 1,25$

$1250,45 : 0,25$

$1250,45 : 45,5$

$125 : 45$

II. a) Escribí dos números que al multiplicarlos den por resultado 2 ¿Cuántas respuestas posibles hay?

b) ¿Y si el resultado tiene que ser 0,48 o 0,47? ¿Cómo te das cuenta?

c) ¿Qué tenés en cuenta para buscar ejemplos de multiplicaciones con resultados menores que los factores?

#### Tarea

Estimá el resultado de los cálculos siguientes y comprobá después con la calculadora.

a)  $32,45 : 29$

$3245 : 2,9$

$32,45 : 2,9$

$32,45 : 0,29$

b)  $1240 : 1,8$

$12,40 : 1,8$

$12,40 : 0,18$

$1,24 : 18$

c)  $38,25 : 0,05$

$3825 : 0,5$

$0,3825 : 50$

$3,825 : 5$

d)  $38,25 \times 0,05$

$3825 \times 0,5$

$0,3825 \times 50$

$3,825 \times 5$





La **Actividad 9**, al igual que en las otras secuencias, se focaliza en la elaboración de argumentos para validar las producciones en lo referido a la multiplicación y división con decimales. Por ello, parte de la tarea solicitada apunta al análisis de afirmaciones y a la producción de otras nuevas. Se destaca que todas las que se incluyen derivan de las relaciones ya trabajadas. Se trata de favorecer la formulación por escrito de criterios que se han producido durante el trabajo con las actividades de la secuencia, pero que quizás no estén claros o presentes para todos, esperando su socialización.





### Actividad 9. ¿Vale o no vale?

a) Para multiplicar números decimales Melina hace la siguiente reflexión:

Como los números decimales se pueden escribir, muy fácil, como fracciones, multiplicar los números sin las comas es como multiplicar los numeradores de las fracciones, y después se multiplican los denominadores para volver a poner la coma.

Por ejemplo, para  $2,35 \times 0,012$  como  $2,35 = \frac{235}{100}$  y  $0,012 = \frac{12}{1000}$ , se hace  $235 \times 12 = 2820$  y después

$100 \times 1000 = 100.000$ . Entonces el resultado es  $\frac{2820}{100000}$  que también se escribe 0,02820.

¿Te parece correcto este razonamiento? ¿Sirve para otros números?

b) Al resolver multiplicaciones y divisiones con números decimales Carlos dice:

- En lugar de multiplicar un número por 0,5 se puede hacer la mitad del número.
- Si se multiplica un número por 0,2 el resultado seguro es mayor que el otro factor.
- Si se divide un número por otro el resultado tiene que ser menor que el dividendo.
- El producto de dos números decimales nunca puede ser menor que alguno de los factores

c) Escribí dos afirmaciones correctas acerca de multiplicaciones y divisiones con decimales. Compartilas con tus compañeros.







### Actividad 10. Mirar lo que aprendimos

- ¿Qué actividades te resultaron más fáciles?
- ¿Cuáles te costaron más? ¿Por qué pensás que te resultaron más difíciles?
- ¿Cómo le podrías explicar a un compañero cómo multiplicar y dividir un decimal por 10, 100, 1000? Escribí tu explicación.
- ¿Cómo se pueden usar las divisiones por 10, 100, 1000 para resolver multiplicaciones con decimales?
- Si para operar sin la coma se expresan las cantidades de un problema en centésimos o milésimos de la unidad de medida con la que se está trabajando, ¿qué precauciones hay que tener al redactar la respuesta del problema?
- ¿Tendrías que repasar algo más para poder resolver cuentas de multiplicaciones y divisiones con números decimales?

### Actividad 11. ¿Qué sabemos?

#### 1. Costo estimado

- a) Estimá si alcanzan \$25 para comprar.

|          |        |                              |
|----------|--------|------------------------------|
| Manzanas | 3,5 kg | \$ 4,25 por kg               |
| Cerezas  | 250 g  | \$ 7,99 por $\frac{1}{2}$ kg |
| Tomates  | 1,5 kg | \$ 8,50 por kg               |

63

- b) ¿Cuántos kilos de manzanas se pueden comprar con \$15? ¿Y kilos de tomates?

#### 2. Para resolver:

- $7,8 \times 2,6$        $7,8 \times 0,1$
- $244,8 : 60$        $2,48 : 0,5$
- Seleccioná las operaciones cuyo resultado sea 42,75. Justificá en cada caso.  
 $0,4275 \times 100 =$        $4275 \times 0,1 =$        $4,275 : 0,1 =$

#### 3. Para explicar

- a) Calculá cuántos retazos de 1,2 m se pueden cortar en cada caso y cuántos metros de tela sobran:
- $72,6 \text{ m} : 1,2 \text{ m} =$      $9,3 \text{ m} : 1,2 \text{ m} =$      $6,3 \text{ m} : 1,2 \text{ m}$
- b) Decidí en cada caso si los resultados son correctos. Si no lo son, explicá por qué.
- $195,42 \text{ m} : 15 =$   
1302cm      1302 cm y sobran 8 cm      1302 cm y sobran 12 cm
- $100,8 \text{ m} : 2,5 \text{ m} =$   
40 y sobran 32 cm      40 y sobran 8 m      40 m y sobran 80 cm

#### 4. Para registrar lo que aprendiste

- ¿Cómo podés saber cuál es el resultado si tenés que multiplicar dos números decimales con la calculadora y no anda bien el punto decimal?
- Marcela dice que  $427,5 \times 0,1$  y  $427,5 : 10$  son equivalentes, porque multiplicar por un décimo es lo mismo que dividir por 10. ¿Cómo podés justificar esta afirmación?
- Si se multiplica un número decimal por otro, ¿es posible que el resultado sea menor que uno de los factores? ¿Por qué?





# La enseñanza de las propiedades de las figuras geométricas

## Introducción

Dado que las nociones matemáticas que se enseñan en la escuela llevan un tiempo de aprendizaje que implica varios años de trabajo, es necesario delinear distintos recorridos de estudio precisando el punto de partida y atendiendo al alcance progresivo que debiera tener el tratamiento de las nociones en el aula.

En relación con la enseñanza de la Geometría, el recorrido avanza según dos campos de conocimiento, el de los necesarios para controlar las relaciones habituales con el espacio y el de los conocimientos geométricos propiamente dichos. En este segundo caso, los Núcleos de Aprendizajes Prioritarios señalan tanto el estudio de las figuras en el plano como el de los cuerpos en el espacio.

El recorte elegido para la elaboración de las secuencias es el estudio de las figuras bidimensionales, promoviendo su identificación como objeto portador de propiedades y su diferenciación de los dibujos que las representan. Esta evolución requerirá de un trabajo progresivo en el ciclo que parte de exploraciones empíricas de las formas conocidas por los niños para ir descubriendo elementos en esas formas, y propiedades de esos elementos, que serán tomadas posteriormente como punto de partida para conocer otras. Por ejemplo, para determinar igualdad o perpendicularidad de segmentos los alumnos recurrirán —en cuarto grado— a comparaciones directas sobre papeles o mediciones, para luego establecer relaciones a partir de información conocida.

Al respecto, en los Cuadernos para el Aula de 6° grado se señala que “Si bien en el Primer Ciclo el tratamiento de las figuras como dibujos será preponderante, es importante que en el Segundo Ciclo, desde la propuesta de enseñanza, los alumnos tengan oportunidad de enfrentarse a situaciones que les exijan hacer anticipaciones, tomar decisiones basadas en conocimientos geométricos y encontrar la manera de validarlas. En ese proceso, las construcciones ocupan un lugar esencial y el dominio de ciertas habilidades, como el uso de instrumentos o la precisión en el trazado, debe estar subordinado al aprendizaje de los conceptos y relaciones. Entre los problemas que podemos proponer, distinguiremos los que implican construcciones, para los cuales es preciso que los alumnos elaboren las propiedades de las figuras, de otros problemas, en los que se usan las propiedades ya conocidas. Para resolver los primeros, buscaremos que los alumnos anticipen resultados sin recurrir a la experiencia de medir. El hecho de no recurrir a la experiencia sensible implica asumir que las relaciones que se establecen son independientes de las medidas”<sup>1</sup>.

Dado que los instrumentos de geometría que se usan en la escuela están graduados, los alumnos recurren a ellos para medir espontáneamente. Por lo tanto, si el propósito de una actividad fuera promover argumentaciones que no recurran a la experiencia sensible, será necesario que la consigna establezca alguna condición o que se intervenga preguntando cómo se podría argumentar si no se dispusiera de dichos instrumentos.

Si se da lugar al uso de GeoGebra<sup>2</sup>, habrá que evitar el uso de *applets* para “mostrar” propiedades sobre las que los alumnos no se han problematizado y, si se realizan construcciones, es necesario tener en cuenta que seleccionar y encadenar las propiedades de una figura para elegir distintas herramientas y lograr una construcción que no se deforme es una meta de largo plazo y no debe forzarse. Al respecto, se desarrollan algunas propuestas en las últimas páginas de este material.

El foco de trabajo elegido para las secuencias de este tema, a lo largo del ciclo, está ligado centralmente a conocimientos que intervienen en la producción y validación de figuras geométricas bidimensionales. La propuesta para cada grado incluye: En cuarto, la congruencia<sup>3</sup> de lados y ángulos de los triángulos y algunos cuadriláteros: el cuadrado, el rombo y el rectángulo, incluye el poder construirlos, describirlos y justificar su identificación. En quinto, la congruencia, paralelismo y perpendicularidad de lados y medida de ángulos de todos los

65

1. Cuaderno para el aula de 6° grado, p. 136 y 137.

2. Disponible para descargar en forma gratuita de [www.geogebra.org](http://www.geogebra.org) y en las computadoras que ya se encuentran en muchas escuelas.

3. Aunque estrictamente corresponda el uso de “congruente” en las actividades para los alumnos se usa “igual”, dado que no resulta necesario hacer esa diferenciación en la escuela primaria.

4. Para precisar el alcance y el tipo de tratamiento de los contenidos en cada grado se sugiere la lectura de los apartados: *Para avanzar en el conocimiento de las figuras y de los cuerpos geométricos en Serie Cuadernos para el aula, Matemática 4, 5 y 6.*



cuadriláteros, diferenciándolos y agrupándolos según sus propiedades. En sexto, se incorporan las propiedades de las diagonales de los cuadriláteros, retomando las propiedades conocidas de lados y ángulos, así como los diferentes tipos de triángulos, contempla el poder construirlos a partir de distintos datos y argumentar sobre la base de dichas propiedades.

Veamos los contenidos<sup>4</sup> que se abordan en las secuencias tal como se expresan en los Núcleos de Aprendizajes Prioritarios.

El reconocimiento de figuras y cuerpos geométricos y la producción y análisis de construcciones considerando las propiedades involucradas en situaciones problemáticas que requieran:

| 4° grado                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                       | 5° grado                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                        | 6° grado                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                         |
|--------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|---------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|--------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|
| <ul style="list-style-type: none"><li>• Describir, reconocer y comparar triángulos, cuadriláteros y otras figuras teniendo en cuenta el número de lados o vértices, la longitud de los lados, el tipo de ángulos.</li><li>• Copiar y construir figuras utilizando las propiedades conocidas mediante el uso de regla y escuadra evaluando la adecuación de la figura obtenida a la información dada.</li><li>• Componer y descomponer figuras estableciendo relaciones entre las propiedades de sus elementos.</li><li>• Analizar afirmaciones acerca de propiedades de figuras dadas y argumentar sobre su validez.</li></ul> | <ul style="list-style-type: none"><li>• Describir, reconocer y comparar cuadriláteros teniendo en cuenta la longitud y posición relativa de sus lados, la amplitud de sus ángulos.</li><li>• Clasificar figuras de diferentes formas explicitando los criterios utilizados.</li><li>• Construir cuadriláteros a partir de distintas informaciones mediante el uso de regla y escuadra evaluando la adecuación de la figura obtenida a la información dada.</li><li>• Componer y descomponer figuras utilizando propiedades conocidas de las figuras iniciales para argumentar sobre las de las figuras obtenidas.</li><li>• Analizar afirmaciones acerca de propiedades de las figuras y argumentar sobre su validez.</li></ul> | <ul style="list-style-type: none"><li>• Describir, comparar y clasificar triángulos y cuadriláteros en base a las propiedades conocidas.</li><li>• Copiar y construir figuras a partir de diferentes informaciones sobre propiedades y medidas utilizando compás, regla y escuadra, evaluando la adecuación de la figura obtenida.</li><li>• Analizar afirmaciones acerca de propiedades de las figuras y argumentar sobre su validez.</li></ul> |





## Secuencia para 4° grado. Triángulos y cuadriláteros, lados iguales y ángulos rectos

### Propósito y comentarios sobre las actividades

Esta secuencia promueve el reconocimiento, construcción y descripción de figuras geométricas representadas por sus dibujos a través de sus propiedades, centrándose en las relativas a lados —iguales o no— y ángulos —rectos o no— de triángulos y cuadriláteros. Para ello, se proponen juegos con naipes y rompecabezas para explorar y reconocer esas propiedades así como la elaboración y análisis de instructivos promoviendo su explicitación.

El conjunto de las actividades de la secuencia alterna distintos tipos de tareas que se solicitan a los alumnos: que decidan cómo jugar o cómo construir una figura, que comuniquen cómo dibujarla, que analicen afirmaciones y justifiquen las propias, cubriendo distintas prácticas específicas del trabajo matemático.

Para los problemas se tomaron contextos tanto extra como intramatemáticos. Se consideran contextos del primer tipo a los juegos de naipes —actividades 1 y 7— como al trabajo con rompecabezas —actividades 3 a 5— ya que en ambos casos los problemas tienen finalidades externas: ganar en el juego y armar determinada silueta. El resto de los problemas son de contexto intramatemático.

El repertorio de figuras que aparecen son los polígonos de distinto número de lados, triángulos y cuadriláteros. Las propiedades que intervienen son, con respecto a los lados, número de lados y lados iguales o no y, con respecto a los ángulos, si son rectos o no.

Cabe señalar que si bien se orienta a los niños para que busquen los “nombres especiales” que se asocian a distintos triángulos a través de la consulta de distintas fuentes, se prefiere no avanzar con las clasificaciones hasta que los niños hayan tenido oportunidad de trabajar en forma más profunda con las propiedades.

Las tareas previstas para muchas de las actividades pueden ser realizadas en la clase —por todos o por algunos alumnos— en función del tiempo disponible o quedar como tarea para la casa. En este último caso, será necesario recuperarlas en el inicio de la clase siguiente.

En las dos primeras actividades de la secuencia se propone jugar y luego reflexionar sobre lo realizado para recuperar los conocimientos de los alumnos sobre las figuras y comenzar a distinguir elementos y sus propiedades.

Las actividades 3, 4 y 5 se apoyan en el uso de un rompecabezas y avanzan en la diferenciación de distintas figuras y la consideración de lados iguales o no. Las actividades siguientes, 6, 7 y 8, permiten profundizar el conocimiento de las propiedades de los triángulos con los que se trabaja.

La actividad 9 da lugar a la reflexión y sistematización de lo abordado en las actividades anteriores y permite revisar todas las conclusiones que se hayan ido realizando antes para ajustar su sentido y precisar el vocabulario utilizado.





En la **Actividad 1**, los alumnos deberán, durante el juego, comparar el número de lados sin importar su longitud primero y luego considerando lados iguales. Aunque es posible que los alumnos, en un primer momento, decidan “a ojo”, se promoverá que comparen los lados midiéndolos o superponiéndolos, es decir, realizando comprobaciones empíricas que serán punto de apoyo para análisis posteriores.

Las preguntas para después de jugar, apuntan a explicitar las características de las figuras que se tuvieron en cuenta en el juego: cantidad y medida de los lados.

Al recuperar la **tarea**, el maestro podrá sistematizar los nombres de las figuras, precisando el vocabulario utilizado, lo que puede incluir la diferenciación entre polígonos cóncavos y convexos.

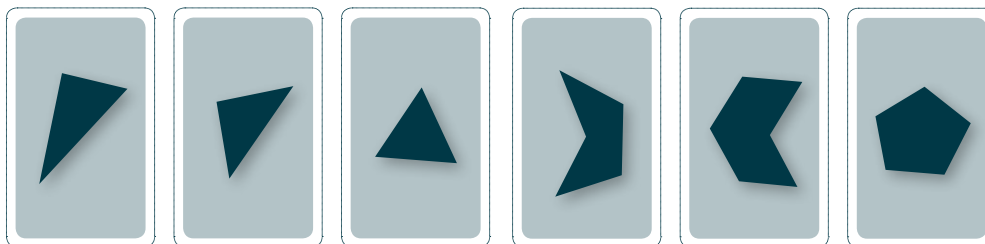




Combinando distintas figuras se pueden armar guardas, diseños para papeles o telas. También hay rompecabezas con formas geométricas. ¿Qué formas se pueden combinar para armar otras? ¿Se pueden usar triángulos para formar rectángulos? ¿Qué propiedades deben tener sus lados y ángulos? ¿Y para armar otras figuras?

### Actividad 1. Guerra de lados

Para jugar, por parejas o de a 4 (2 alumnos por pareja), van a necesitar dos mazos de cartas con figuras geométricas.



Las cartas se mezclan bien y se reparten en dos pilas iguales, una para cada jugador, boca abajo. Los dos jugadores dan vuelta la carta de arriba al mismo tiempo y el que tiene la figura con más lados se lleva las dos cartas. Si hay empate, se pone boca arriba la siguiente carta y se vuelve a comparar. Gana el partido el jugador que al finalizar tiene más cartas.

Luego se juega otra ronda a Guerra de lados iguales. Cuando los dos jugadores vuelven la carta de arriba al mismo tiempo, el que tiene la figura con más lados “iguales” se lleva las dos cartas.

Para responder después de jugar:

- a) En el mazo de cartas, ¿cuál es la figura con menos lados? ¿y con más?
- b) ¿Puede haber otras figuras con menos lados? ¿Y con más?

### Tarea

Además de los triángulos y cuadriláteros, ¿conocés el nombre particular que reciben las figuras de más de 4 lados que están dibujados en las cartas? Anotá los que conozcas.





En la **Actividad 2**, se proponen preguntas que implican volver a pensar en las relaciones establecidas durante el juego al comparar pares de cartas. En algunos casos, son cartas del mazo utilizado y se busca averiguar cuál era la “regla del juego”(pregunta a); o cuál es la carta que le gana a todas con cada una de las dos reglas (la carta de Leila tiene más lados y también más lados iguales). También se pregunta si existen otras figuras con “más lados iguales que la figura que sacó Tony” y “con menos lados iguales que los de la carta de Leila”. Si bien parece sencillo responder que en el mazo hay un naipe con un triángulo equilátero y otro con un cuadrado, la cuestión es considerar ambas condiciones a la vez.

Otra pregunta se refiere a un naípe que no está en el mazo, pero que incorpora otra propiedad, un pentágono que es cóncavo, lo que podría dar lugar a que los niños investiguen si pueden o no dibujar otros polígonos cóncavos.

En la **tarea** la comparación de pares de figuras permitirá a los alumnos retomar el análisis del número de lados iguales y también es posible que alguno avance en su respuesta con las semejanzas y diferencias en relación con los ángulos. Si bien esto podría dar lugar a mencionar los nombres de los ángulos según sus medidas (agudos, rectos y obtusos), esta secuencia está pensada para diferenciar los rectos de los no rectos. Si el docente lo considera oportuno, podrá proponer que los chicos investiguen en cualquier libro escolar o en Internet qué otras clases de ángulos se pueden encontrar además de los rectos.

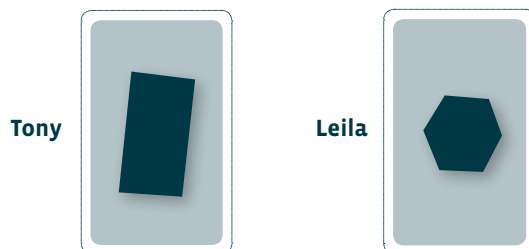
Por otra parte, es necesario destacar que el estudio de la noción de ángulo requiere de la realización de un conjunto de actividades además de su reconocimiento en algunas figuras que es lo que puede darse en esta actividad.

70



## Actividad 2. Después de la Guerra de lados

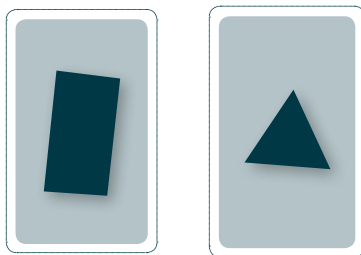
a) Si durante un juego salieron estas cartas y ganó Leila,



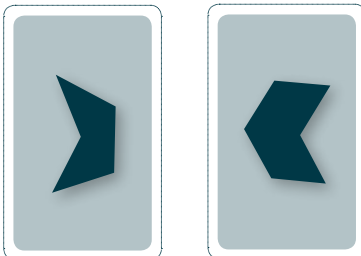
¿se puede saber si jugaban a guerra de lados o a guerra de lados iguales? ¿Por qué?

b) Otra compañera dice que tiene una carta con una figura que tiene más lados iguales que la figura que sacó Tony y menos lados iguales que la de la carta de Leila. ¿Se puede saber qué carta tiene? ¿Por qué?

c) Si en la guerra de lados iguales salieran estas dos cartas, ¿qué carta ganaría? ¿Por qué?



d) ¿Y si en otro juego salieran estas dos?



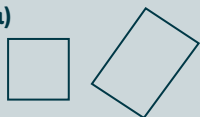
e) En la Guerra de lados, ¿qué carta le gana a todas las demás? ¿Cuál pierde siempre? ¿Y en la guerra de lados iguales?

### Tarea

a) Buscá en un libro de texto, en un manual o en Internet, qué nombre especial reciben los triángulos que tienen todos sus lados iguales. Anotá también otros nombres especiales que reciben los triángulos cuando se consideran las medidas de sus lados.

b) Escribí qué tienen de común y en qué se diferencian, cada par de figuras.

a)



b)



c)





En la **Actividad 3**, el desafío es armar figuras combinando otras a partir de las piezas del Tangram. Para ello, en la primera parte de la actividad, se propone que cada chico construya su propio Tangram (con 12 cm de medida del lado del cuadrado). Esto puede hacerse utilizando un modelo con papel cuadriculado, lápiz y escuadra o haciendo el dibujo con la computadora usando Geogebra.

Luego, se da un momento de exploración libre para familiarizarse con el material y para elaborar distintas siluetas que podrán ser usadas en el juego. También es posible generar otras siluetas copiando el contorno de las figuras incluidas en la plantilla que se adjunta en la últimas páginas de este cuadernillo. La Parte 2, el modo de asignar puntaje en el juego, está orientada a explicitar la existencia de lados iguales. Una conclusión posible al analizar cómo se ubican las piezas para que coincidan los lados es que la diagonal del cuadrado es “*un poco más larga*” que sus lados.

Como **Tarea** podría proponerse:

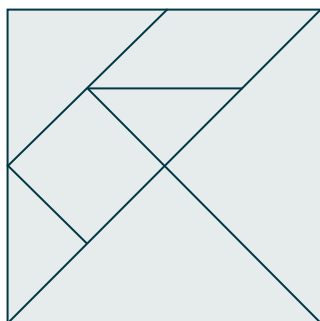
- Diseña una figura y calca la silueta en una hoja para que tu maestro pueda armar una nueva colección para jugar otro día.
- Si no se usan las siete piezas del Tangram a la vez, se pueden hacer distintas figuras geométricas.

¿Qué figuras geométricas que conozcas se pueden armar combinando 2 o más piezas? Dibujá dos diferentes.

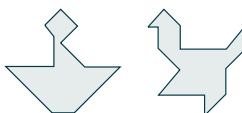
Dado que todas las piezas del Tangram tiene ángulos rectos, de 45 grados o de 135 grados no es posible armar triángulos equiláteros ni hexágonos regulares por ejemplo. Sí es posible armar cuadrados, rectángulos, varios trapecios y paralelogramos, y algunos polígonos cóncavos. No se espera que los alumnos midan los ángulos usando transportador pero sí que establezcan relaciones al menos entre ángulo recto y mitad de ángulo recto.



### Actividad 3. Rompecabezas chino



El Tangram es un juego chino muy antiguo llamado Chi Chiao Pan, que significa tabla de la sabiduría. El rompecabezas tiene 7 piezas que forman un cuadrado, y con ellas se pueden construir diferentes formas.



Para jugar en la clase cada uno tiene que hacer su propio Tangram en cartulina.

En Internet hay muchos sitios donde se puede jugar on line: se muestra una silueta y el desafío es descubrir qué piezas se necesitan para armarla y cómo hay que colocarlas.

<http://www.matemath.com/juegos1.php?cadena=1-3>

<http://www.ageofpuzzles.com/Publications/PuzzleClassicsAtG4G7/PuzzleClassicsAtG4G7.htm>

#### I. La construcción del Tangram

- Conversá con un compañero para decidir cómo hacer un cuadrado de 12 cm de lado en una cartulina.
- Hacé el cuadrado, copió las divisiones del Tangram y recortá las piezas. Tené en cuenta que siempre se trata de marcar los puntos medios de los lados.
- Usá las siete piezas para armar distintas figuras. Elegí una y copió el contorno en una hoja.

#### Tarea

Un compañero dice que lo más importante para cortar bien el cuadrado de cartulina para hacer el Tangram es comprobar con la regla que los lados sean iguales.

¿Tiene razón? ¿Le va a salir bien el cuadrado? Escribí qué le dirías.

#### II. El juego del Tangram

Para jugar, en parejas, van a necesitar además del Tangram de cada uno, siluetas como las que hicieron.

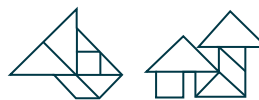


Cada pareja debe armar, en 10 minutos, dos siluetas distintas eligiendo entre las que ya tienen o a partir de otras que les dé su maestro. Luego se comparan las figuras producidas por los grupos para asignar puntaje.

Si en la figura, los lados de las piezas coinciden exactamente con uno o dos lados de otras piezas, se obtienen 20 puntos.



Si hay piezas que se “tocan”, pero no coinciden totalmente los lados se obtienen 10 puntos.



Se juegan tres rondas y gana el equipo que hizo más puntos.

Para responder después de jugar:

¿Qué conviene tener en cuenta para ganar más puntos en el juego?



La **Actividad 4**, propone armar figuras geométricas, un rectángulo primero y luego un cuadrado y un triángulo rectángulo en la tarea.

Nuevamente, “armar figuras con otras” se muestra como un tipo de actividad potente ya que permite pensar en las propiedades que derivan de las figuras “originales”, las que se conocen, para asegurar o no las propiedades de las figuras “derivadas”.

En la Parte I, es interesante la variedad de rectángulos que son posibles, usando todas las piezas o solo algunas y será necesario atender a la claridad de las descripciones orales que los alumnos realicen acerca de cómo armaron los rectángulos. En estas descripciones, se deben nombrar todas las piezas que utilizan y sus posiciones relativas. Al referirse a las longitudes de los lados es posible que los alumnos utilicen inicialmente los términos “largo” o “corto” tanto en los triángulos como en el paralelogramo, lo que es esperable en esta etapa.

Las explicaciones en el punto b), y el análisis de d), permitirán un primer registro de las propiedades de los rectángulos, que se revisará al realizar la Parte II. En relación con c), y si bien este tipo de análisis se profundizará en 5° y 6° grados, cabe señalar que para muchos niños las palabras cuadrado y rectángulo pueden estar muy ligadas aún a la forma y resulta todo un descubrimiento comenzar a considerarlas asociadas a una clase de figuras que comparten una/s propiedad/es y, por lo tanto, no se esperará que todos los alumnos puedan establecer este tipo de relaciones. En este caso, si decimos que un rectángulo es un cuadrilátero que tiene sus cuatro ángulos rectos, un cuadrado “es” rectángulo porque verifica esa definición. Se trata de un caso particular de rectángulo, con todos sus lados iguales.

En la Parte 2, se propone analizar por qué la figura obtenida se trata de un rectángulo, usando argumentos que darán cuenta de las propiedades que los alumnos pueden poner en acción y de cuáles aún no dominan. Al concluir la actividad se puede hacer una lista de las propiedades trabajadas del cuadrado, el rectángulo y los triángulos isósceles rectángulos.

Finalmente en la **tarea** se plantea analizar dos “armados” de otros chicos y considerar si han obtenido o no las figuras que dicen tener.



#### Actividad 4. Otras siluetas para armar

I. ¿Cuántos rectángulos distintos es posible armar con todas o algunas de las piezas del Tangram?

a) Formen un grupo con 2 o 3 compañeros y armen, juntos, un rectángulo.

b) Comparen la figura obtenida con las que hicieron los compañeros. ¿Cuántos rectángulos distintos pudieron armar? En todos los casos deben explicar por qué la figura obtenida es un rectángulo.

c) Al cuadrado, ¿lo podemos contar como rectángulo? ¿Por qué?

d) Si un compañero dice que para saber si la figura es un rectángulo no hace falta comprobar con escuadra, porque en el Tangram los ángulos de las piezas son rectos o son mitades de rectos. ¿Piensan que tiene razón?

II. Después de realizar la parte I, algunos chicos conversaron sobre cómo decidir si un dibujo de un rectángulo está bien hecho o no. Decidí si estás de acuerdo o no con lo que dijeron:

a) Para comprobar si un dibujo es un rectángulo mido los lados con la regla para ver si son iguales y comparo los ángulos con la escuadra.

b) Si el dibujo se dobla por la mitad y los lados coinciden, son iguales.  
Si el ángulo se dobla por la mitad y coincide, es recto.

c) Si la figura se apoya sobre papel cuadriculado y coinciden las puntas no hace falta la escuadra ni la regla para saber que es un rectángulo.

d) Cuando no tenés escuadra ni papel cuadriculado, podés doblar un papel cualquiera dos veces de modo que queden dos marcas perpendiculares y te hacés una escuadra de papel para comparar los ángulos.

#### Tarea

a) Andrea dice que con los 2 triángulos chicos y el mediano del Tangram se puede dibujar un rectángulo. ¿Tiene razón? ¿Por qué?

b) También dice que con los 2 triángulos chicos pudo armar un triángulo isósceles que tiene un ángulo recto, ¿es posible?





En la primera parte de la **Actividad 5**, los alumnos tendrán que tener en cuenta las relaciones entre las medidas de los lados al copiar los rompecabezas y podrán explicitar esas relaciones al intercambiar las respuestas de b) y c). En la segunda parte, el análisis de dos rompecabezas agrega la consideración conjunta de las propiedades de lados y ángulos al analizar qué piezas se pueden combinar para formar rectángulos.

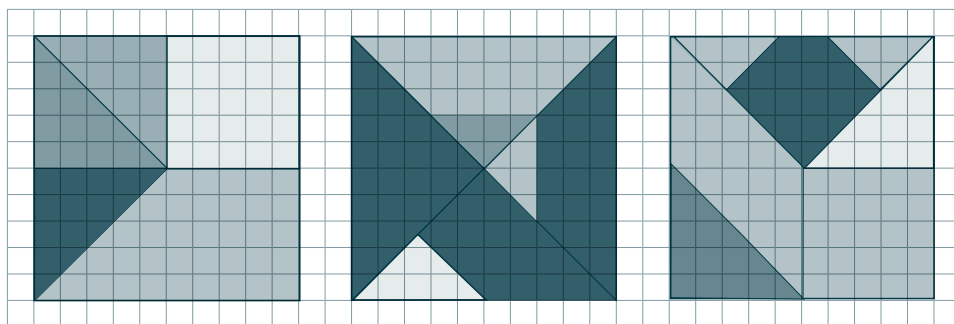
Los nuevos rompecabezas podrían realizarse en cartulina, para usarlos en otra oportunidad. En la **tarea** no se espera que los alumnos realicen ninguna medición, sino que comparen lados y ángulos usando la cuadrícula como referencia.





### Actividad 5. Nuevos rompecabezas

Además del modelo tradicional hay muchos otros rompecabezas geométricos,



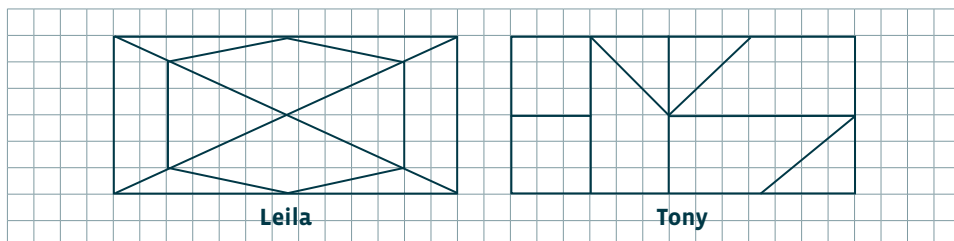
I a) Reúnanse en grupos, elijan un modelo y cópienlo en papel cuadriculado. Si quieren hacerlo más grande usen una cuadrícula de 1 cm de lado.

b) ¿Qué datos de las figuras tuvieron en cuenta para hacerlo?

c) Si un compañero dice que hay un rompecabezas que es más fácil de construir que los otros porque sólo hay que tener en cuenta los puntos medios de los lados para marcar las piezas, ¿pensás que tiene razón? ¿Por qué?

II Para hacer otros rompecabezas Leila y Tony hicieron estos dibujos.

a) ¿Cuál elegirías para armar nuevas figuras? ¿Por qué?



b) ¿Leila puede hacer un rectángulo nuevo con sus piezas? ¿Y Tony? ¿Por qué?

#### Tarea

Dibujá otro rompecabezas sobre papel cuadriculado que tenga al menos dos triángulos iguales sin ángulo recto.





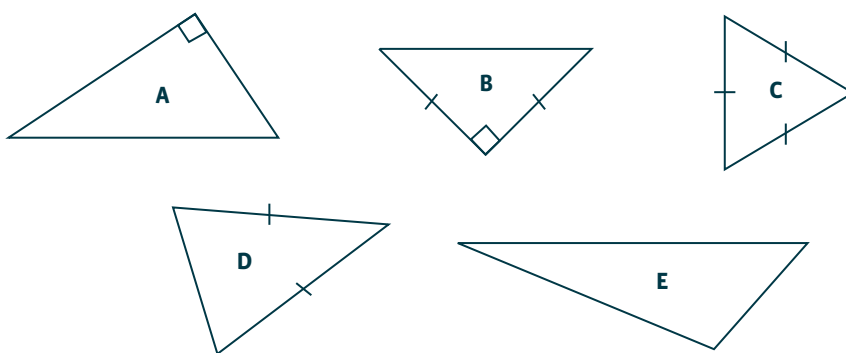
En la **Actividad 6<sup>1</sup>**, se considera una variedad de triángulos para formar rectángulos. En a) los niños podrán comprobar con la escuadra si se forman o no ángulos rectos al unir dos triángulos, pero en d) se pide justificar sin medir. El trabajo se inicia con comprobaciones empíricas y luego se promueve el establecimiento de relaciones para que los alumnos avancen en la caracterización de las figuras a partir de las propiedades de lados y ángulos. De este modo, identificar triángulos con y sin ángulos rectos, con dos, tres y ningún lado congruente es una tarea necesaria para argumentar sobre las propiedades de las nuevas figuras obtenidas y no para clasificar por clasificar.





### Actividad 6. Figuras para armar figuras

- I. a) Dados los siguientes triángulos, en los casos en que sea posible, agregá otro igual a cada uno de tal manera que quede formado un rectángulo. Tené en cuenta que, los lados marcados son iguales y que los ángulos rectos están señalados con



- b) ¿En qué casos pudiste armar un rectángulo? ¿Por qué?
- c) ¿Es cierto que como el triángulo C tiene todos sus lados iguales, con dos de ellos se forma un cuadrado que también tiene todos los lados iguales?
- d) ¿Es cierto que con 2 triángulos D se puede formar un rombo y con 2 triángulos B no? ¿Por qué?
- e) Compará, sin usar la escuadra, los triángulos que se forman uniendo:
- dos triángulos A,
  - dos triángulos B.
- ¿En algún caso se puede asegurar que el nuevo triángulo tiene un ángulo recto? ¿Por qué?

#### Tarea

- a) Anotá en qué se parecen y en qué se diferencian el triángulo D y el B.
- b) Si se unen dos triángulos E, ¿qué figuras se pueden obtener?



En la **Actividad 7**, el juego de detectives apunta a la identificación de los diferentes tipos de triángulos a partir de sus propiedades. Luego, se puede armar un afiche pegando los papeletos que corresponden a los distintos triángulos y hacer un dibujo para cada uno con marcas sobre los lados y ángulos, sistematizando los conocimientos nuevos.

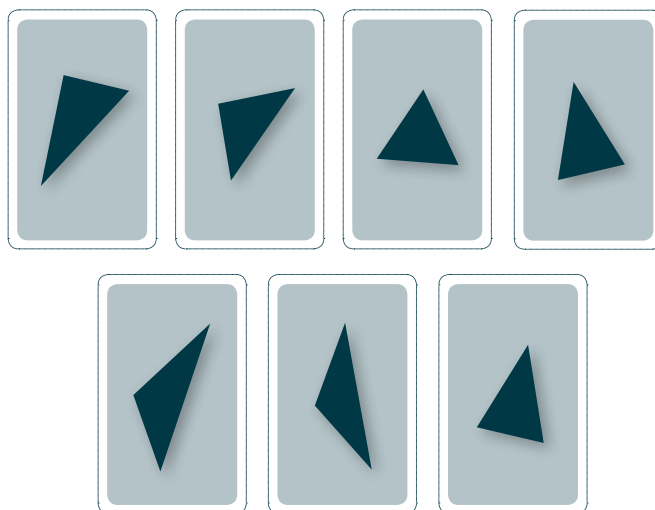
Luego de jugar, se pueden plantear las preguntas para ser respondidas en grupo y dar lugar a exploraciones y debates ya que se pregunta sobre “todos” los triángulos equiláteros y “todos” los triángulos que tiene un ángulo recto.

En cuanto a la **tarea**, los nombres que los chicos encuentren en los libros pueden incorporarse al afiche.



### Actividad 7. Juego “Detectives de triángulos”

Para jugar, en grupos de 4 alumnos en los que una pareja juega contra la otra, van a necesitar 7 cartas con triángulos diferentes.



Se colocan las cartas boca arriba, de modo que todos las vean. Cada pareja elige una de las figuras sin que la otra escuche y anota en un papel las características de ese triángulo. A continuación, los contrincantes deberán descubrir de qué figura se trata, haciendo el menor número posible de preguntas que sólo puedan responderse por sí o por no. Cuando descubren la figura, se leen las características para asegurarse de que sea la correcta y se anota cuántas preguntas hicieron. Después de jugar 3 o 4 rondas, gana el equipo que hizo menos preguntas.

Para responder después de jugar:

- Analía sostiene que todos los triángulos que tienen un ángulo recto, tienen lados de diferentes medidas. ¿Es cierto? ¿Por qué?
- Eva dice que los triángulos pueden tener sólo un ángulo recto o mayor que un recto. ¿Es posible un triángulo con dos ángulos rectos? ¿Por qué?

#### Tarea

Averiguá, en cualquier libro escolar o en Internet qué nombres reciben los triángulos que no tienen ángulos rectos.





La **Actividad 8**, de construcción de triángulos a partir de ciertos datos iniciales, dará lugar a un único triángulo en a) y a una variedad de triángulos distintos en los casos b) y c). La comparación de las construcciones que se pide en el punto II permitirá llegar a la siguiente conclusión: *cuando se tienen datos para hacer una construcción, a veces resulta una única figura y otras veces más de una figura*. Muchas veces los alumnos asumen, tanto en aritmética como en geometría, que la respuesta a un problema es única cuestión que es necesario revisar. No se trata de presentar un “problema con trampita” sino de estudiar un problema y advertir cómo varían las soluciones cuando varían los datos de los que se dispone, tarea que es central en un trabajo matemático genuino.

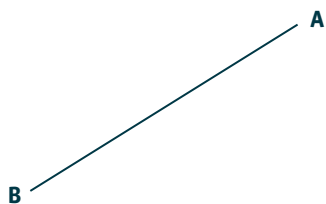




### Actividad 8. Dibujos con regla y escuadra

I. Completá el dibujo de tres triángulos a partir de los datos que se dan, usando regla y escuadra

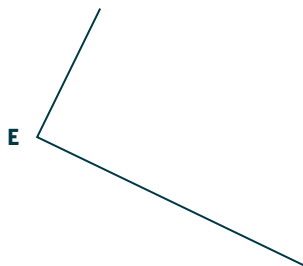
a) AB es uno de los lados del ángulo recto de un triángulo isósceles rectángulo.



b) CD es un lado de un triángulo isósceles.



c) E es un vértice de un triángulo isósceles rectángulo.



II. Para cada construcción comparen sus triángulos con los de sus compañeros.

a) ¿En qué se parecen? ¿Qué diferencias tienen?

b) Si calcan los dibujos, ¿piensan que podrían superponer algunos de modo que coincidan sus vértices?

#### Tarea

Si tenés papel cuadriculado ¿qué es más fácil, dibujar un triángulo equilátero o un triángulo isósceles? ¿Por qué?





Con respecto a las justificaciones, en la **Actividad 9** es importante tener en cuenta que “los dibujos sobre el papel constituyen una poderosa herramienta para la resolución de problemas, y también un paso intermedio entre los objetos teóricos y los objetos reales. Estas representaciones se construyen en un juego de acuerdos y desacuerdos entre los datos que se apoyan en la percepción y los que responden a las condiciones teóricas del problema y que pueden oponerse a la evidencia. Con esta propuesta de enseñanza deseamos lograr que los alumnos aprendan a interpretar el dibujo como una referencia y a considerar sólo las relaciones dadas en el texto”.<sup>1</sup>

La primeras preguntas permiten elaborar conclusiones del trabajo realizado con los rompecabezas ya que refiere al trabajo con recortes. El segundo grupo de preguntas remite al análisis de los datos para determinar si permiten hacer un dibujo, más de uno o ninguno.

---

---

---

---

---

---

---

---

84

La revisión de lo aprendido que se propone en la **Actividad 10** involucra diferentes tareas: reflexionar sobre la relación entre ángulos y lados de un mismo triángulo, retomar o abrir la discusión acerca de por qué un triángulo equilátero es isósceles, y escribir propiedades de tres de los cuadriláteros estudiados en la secuencia.

En todas estas tareas es importante retomar lo que los chicos escriban para analizar y eventualmente mejorar las expresiones que utilicen, sin presentar antes nueva información. Particularmente, para la última, se puede pedir que —luego de que cada uno escriba su texto en un papel— elaboren en grupos una formulación con la que todos acuerden. Finalmente, se lee lo de cada grupo oralmente y cada uno registra en su carpeta la formulación que haya resultado más clara.

---

---

---

---

---

---

---

---

1. En Serie Cuaderno para el aula, Matemática 6, p.137.





### Actividad 9. ¿Se puede o no se puede?

Si se puede, mostrá un ejemplo haciendo un dibujo. Si no se puede explicá por qué o anotá qué información falta para que sí se pueda.

I. ¿Se puede armar un cuadrado combinando dos recortes iguales con forma de...?

- a) rectángulos.
- b) triángulos equiláteros.
- c) triángulos rectángulos.

II. ¿Se puede dibujar una figura que tenga...?

- a) cuatro lados iguales y ningún ángulo recto.
- b) un ángulo recto y ningún lado igual.
- c) solo tres lados y dos ángulos rectos.

### Actividad 10. Mirar lo que aprendimos

- a) ¿Qué actividades te resultaron más fáciles?
- b) ¿Cuáles te costaron más? ¿Por qué pensás que te resultaron más difíciles?
- c) Si un compañero dice que dibujó un triángulo que tiene todos sus ángulos menores que un ángulo recto, ¿podrías asegurar que dibujó un triángulo equilátero?
- d) Si alguien te pregunta cuál es la diferencia entre equilátero e isósceles, ¿qué le dirías?
- e) Hací una lista con todo lo que sabés de estas figuras: cuadrado, rectángulo, rombo.





Tal como ya se ha planteado antes, el objetivo de la **Actividad 0/11** debe ser explicitado a los alumnos para que, progresivamente, vayan participando más activamente de la evaluación de sus aprendizajes y puedan tomar esta instancia con naturalidad.

La diferenciación de las tareas podría darse en el uso de papel cuadriculado en la Actividad 0, que podría cambiarse por papel liso en la 11. Seguramente será interesante comparar las justificaciones usadas por los alumnos en las dos instancias, ya que en un primer momento podrían usar dibujos o explicaciones basadas en medidas para usar propiedades conocidas luego de haber realizado la secuencia.

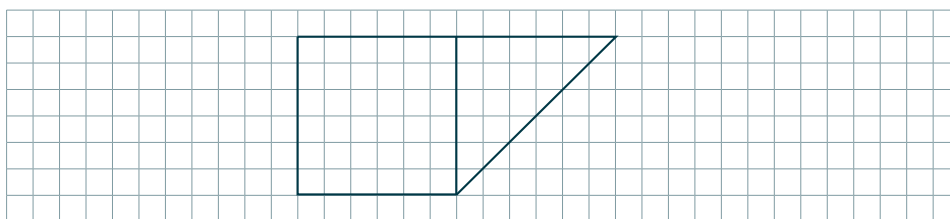




### Actividad 0/11. ¿Qué sabemos?

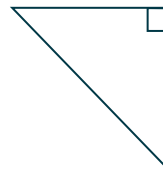
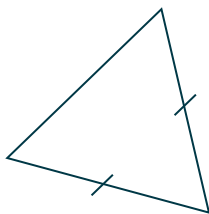
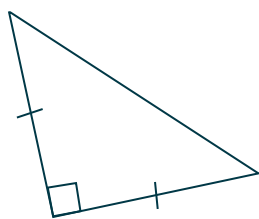
#### 1. Un mensaje para el carpintero

César tiene que cortar una pieza de madera y le pasa la información al carpintero por teléfono. Escribí como le pudo describir el dibujo.



#### 2. Dibujos geométricos

En los casos en que sea posible, completá el dibujo agregando otro triángulo para que quede dibujado un cuadrado, usando regla y escuadra. Cuando no sea posible, explicá por qué no se puede y qué figura se formaría.



87

#### 3. Para explicar:

a) Explicá por qué no se puede dibujar un cuadrado combinando 2 triángulos equiláteros.

b) Un triángulo, ¿puede tener dos ángulos rectos? ¿Por qué?

#### 4. Para registrar lo que aprendiste:

a) ¿En qué se parecen y en qué se diferencian un cuadrado y un rectángulo?

b) ¿Y un cuadrado y un rombo?







## Secuencia para 5° grado. Triángulos y cuadriláteros, lados y ángulos

### Propósito y comentarios sobre las actividades

Esta secuencia promueve el reconocimiento, construcción y descripción de figuras geométricas a través de sus propiedades, centrándose en las relativas a los lados (congruentes o no, paralelos o no, perpendiculares o no) y ángulos (rectos, agudos, obtusos) de los cuadriláteros. Para ello, se proponen algunas situaciones contextualizadas para establecer las primeras exploraciones, jugar con naipes, elaborar y analizar instructivos, elaborar un cuadro clasificatorio, producir y mejorar explicaciones, analizar posibles construcciones y validar afirmaciones propias y de otros recurriendo a argumentos de distinto tipo.

Para ello, en las dos primeras actividades se incorpora el estudio de las propiedades de paralelismo y perpendicularidad entre rectas, discutiendo su trazado y dejando implícita su definición.

Luego, en las actividades 3 a 8, se focaliza en la producción de cuadriláteros a partir de triángulos de distinto tipo, en su identificación y construcción cumpliendo condiciones dadas, en su reconocimiento a partir de un mensaje, en el análisis de argumentos sobre las propiedades que cumplen. En estas actividades, se trata de identificar cada cuadrilátero según el paralelismo o congruencia de sus lados, para luego focalizar en los ángulos y, por último, considerar las propiedades de lados y ángulos a la vez. Esto permite analizar la relación entre conjuntos de condiciones y el conjunto de figuras que las cumplen.

Las actividades 9 y 10 apuntan, como en todas las secuencias, a analizar o producir afirmaciones utilizando las propiedades explicitadas y a realizar una síntesis evaluativa de los conocimientos estudiados.

Por último, la actividad 0/11 permite comparar los conocimientos disponibles antes y después de trabajar sobre las actividades de la secuencia.

Es importante tener en cuenta que los contenidos seleccionados para desarrollar en esta secuencia implican un recorte, aún respecto de los NAP seleccionados. Por ejemplo, se espera que se hayan realizado o se realicen en clase actividades para conocer la circunferencia y construcciones con compás de diversas figuras, entre ellas, triángulos dados sus tres lados.

Recordemos que los procedimientos originales que los niños desplieguen al resolver los problemas de esta secuencia estarán ligados a los conocimientos que hayan podido poner en juego anteriormente al realizar prácticas matemáticas diversas.

Es importante aclarar que, al dar “nombre” a las figuras, hay un cambio de criterio entre lo que ocurre en el primer ciclo y el segundo. Las inclusiones entre diferentes clases de figuras no se toman en el primer ciclo de la escuela pues resulta poco comprensible en esas edades dado que el “nombre” se asocia a una forma que se reconoce globalmente sin atender necesariamente a sus propiedades. Por ejemplo, en esos años, el cuadrado no se reconoce como un rombo particular, figura que se define por tener 4 lados iguales.

En el segundo ciclo, en cambio, se inicia la discusión acerca de, por ejemplo, si el cuadrado será también rombo por tener cuatro lados iguales y si será también rectángulo por tener 4 ángulos rectos. También si los rectángulos, cuadrados y rombos serán considerados paralelogramos y, en tal caso, cómo se nombra al paralelogramo que no tiene ángulos rectos ni cuatro lados congruentes. En este sentido, habrá que acordar con los niños cómo diferenciar los distintos usos de las palabras trapecio, paralelogramo, rectángulo, etc. pensando en todas las propiedades que definen cada clase de figuras.





En la **Actividad 1**, se trata un problema extramatemático en el contexto del trabajo de una costurera. Se trata de cortar cuadrados. Se puede preguntar a los alumnos, en primer lugar, si el trazado de Alina permite obtener cuadrados, preguntándoles *por qué Alina marca en la tela los pañuelos cuadrados usando la escuadra dos veces a partir de puntos que están a igual distancia*, lo que permitirá caracterizar los cuadrados por sus lados iguales y sus ángulos rectos. Esto puede dar lugar a explicitar que “ángulo recto” entre dos lados y “perpendicularidad de un lado respecto de otro”, son dos maneras de referirse a la misma característica.

Luego, se avanza para considerar si el trazado de rectas de igual inclinación respecto de otra asegura que se conserva la distancia entre ellas. En este nivel de conocimientos, se espera que esta cuestión se justifique por exploración empírica. Una conclusión de esta actividad, debería apuntar a describir la perpendicularidad entre dos rectas no sólo porque se trazan con escuadra sino también porque, si dos ángulos rectos son consecutivos sus otros lados están sobre la misma recta o forman un llano. También apunta a que se comience a reconocer el paralelismo de dos rectas a partir de determinar que “tienen la misma inclinación con respecto a una tercera”, lo que se vuelve a plantear en la **tarea**.

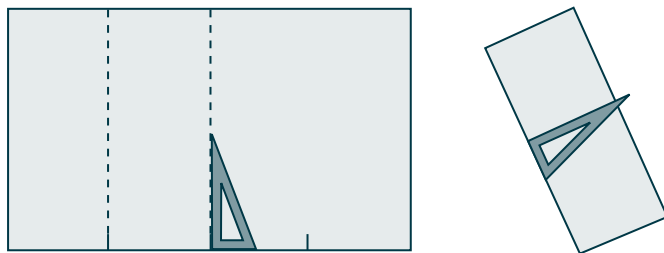




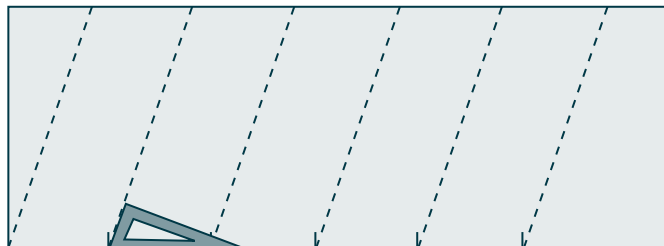
Muchas veces necesitás, como las costureras o los carpinteros, estar seguro de que la forma que dibujás es la que te interesa. ¿Cómo se puede comprobar si un dibujo de un cuadrado está bien hecho? ¿Y si es un rectángulo? ¿Qué propiedades deben tener sus lados y ángulos? ¿Qué recursos podés utilizar para comprobarlo?

### Actividad 1. Costureras y cuadrados

Alina, tiene un taller de costura y debe cortar cuadrados de 50 cm para hacer pañuelos. Primero, prepara tiras de tela del siguiente modo: pone alfileres cada 50 cm en el borde de la tela, después hace coincidir el borde de la tela con el borde de la mesa y, usando la escuadra de modista, marca con tiza líneas por donde luego corta las tiras. Luego, mide 50 cm en el largo de la tira y usa la escuadra y la tiza para marcar por dónde cortar.



Su ayudante no prestó mucha atención, marcó la tela apoyando otro borde de la escuadra y cortó las tiras así.



Para justificarse, la ayudante le dijo que las tiras quedaron del mismo ancho. ¿Es cierto lo que dice? Alina le dijo a su ayudante que al cortar de ese modo había desperdiciado toda la tela, pero ella se justificó asegurando que las tiras quedaban de igual ancho. ¿Es cierto lo que dijo?

¿Pensás que podrían haber usado las tiras para cortar los cuadrados que necesitaban? ¿Por qué?

#### Tarea

- En una hoja lisa usá la escuadra para dibujar tiras del mismo ancho.
- ¿Usaste el método de Alina o el de la ayudante? ¿Se podría ubicar la escuadra de otro modo para hacerlo?

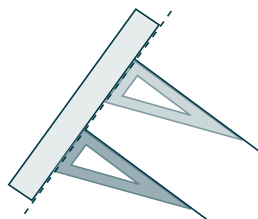






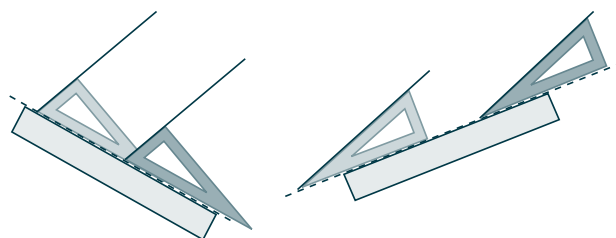
## Actividad 2. Escuadras y líneas

De modo similar al que se usó al dibujar las tiras en la tarea, para trazar segmentos paralelos con regla y escuadra, podemos dibujar segmentos perpendiculares a otro segmento auxiliar que no dibujamos.

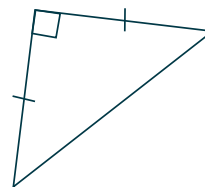


La posición en la que se ubica la regla es la de ese segmento.

También se pueden usar otros ángulos de la escuadra para trazar segmentos paralelos ya que lo importante es que mantengan la misma “inclinación”, el mismo ángulo, con respecto al segmento auxiliar que se toma como referencia.

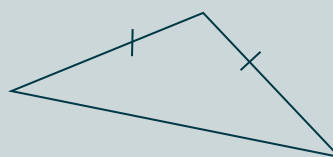


- I. Dibujá un cuadrado en una hoja lisa usando regla y escuadra teniendo en cuenta el procedimiento anterior.
- II. Nahuel escribió estas instrucciones para hacer una figura.  
*Trazá un segmento de 4 cm. Con la escuadra marcá dos perpendiculares al segmento y en esas perpendiculares marcá un segmento de 6 cm en cada una. Uní los extremos de los segmentos.*
  - a) Seguí el instructivo paso a paso y hacé el dibujo.
  - b) Compará tu dibujo con el de un compañero. ¿Les quedó la misma figura? Si no es así, revisen el instructivo y las construcciones para tener la misma figura.
- III. a) Escribí las instrucciones para que un compañero, logre realizar un cuadrado a partir de este triángulo que tiene lados iguales y un ángulo recto usando regla graduada y escuadra sobre papel liso. El lado del cuadrado tiene que coincidir con uno de los lados iguales del triángulo.
  - b) Compará tus instrucciones con las de un compañero, hagan los dibujos y revisen si ambas permiten obtener el cuadrado pedido. Si es necesario corrijan las instrucciones.



### Tarea

Modificá el instructivo que usaste para hacer la figura anterior de manera que se obtenga un rombo a partir de este triángulo que tiene lados iguales, usando regla graduada y escuadra sobre papel liso. El lado del rombo tiene que coincidir con uno de los lados iguales del triángulo.



La **Actividad 3** tiene dos partes, la primera incluye una propuesta de la Serie Cuadernos para el aula, Matemática <sup>41</sup> y luego se pide elaborar un mensaje. Los tipos de triángulos que se obtienen pueden ser reconocidos por chicos ya que derivan de cuadriláteros cuyos lados cumplen una o las dos propiedades estudiadas en las dos actividades anteriores. Las figuras iniciales pueden entregarse a los niños en una plantilla o ser construidas por los alumnos. En el apartado sobre GeoGebra se hacen algunas sugerencias al respecto.

Los textos que los chicos escriban pueden intercambiarse para constatar si un compañero puede armar el cuadrilátero explicado. Una cuestión central es justificar qué tipo de cuadrilátero se obtiene al combinar dos triángulos, e ir anotando las propiedades que se pueden asegurar por derivar de los triángulos iniciales.

En la segunda parte, se propone analizar un mensaje que da lugar a varias alternativas de respuesta. D y E no cumplen por ser triángulos y A, por no ser dos triángulos rectángulo. Se trata de caracterizar los cuadriláteros buscando una propiedad común, que es tener al menos un par de lados paralelos, pues en los tres casos hay lados perpendiculares al lado común, e incorporar otra u otras condiciones que reduzcan la respuesta a una única solución, considerando el tipo de triángulo rectángulo (isósceles o no) y la posición relativa de cada uno. Esto vuelve a ponerse en juego en la **tarea**.

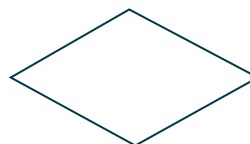
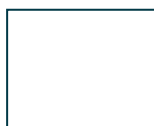
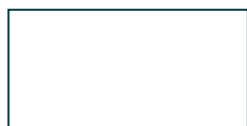
En esta actividad, se avanza promoviendo la validación intelectual del tipo de figuras obtenidas y, en particular, a propósito del reconocimiento de paralelas a partir de lo analizado en las actividades 1 y 2.

94



### Actividad 3. Figuras para armar figuras

En grupos, cada alumno tiene una hoja en la que se han dibujado un rectángulo de 6 cm por 10 cm, un cuadrado de 6 cm por 6 cm y un rombo con diagonales de 10 y 6 cm.

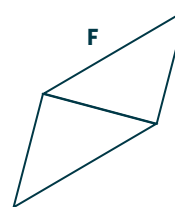
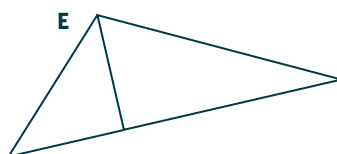
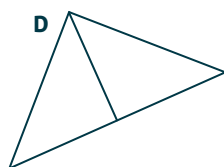
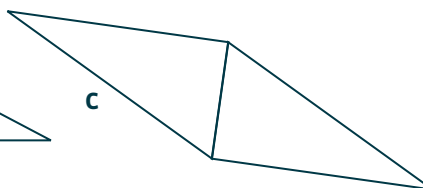
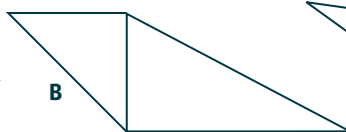
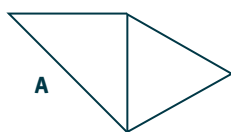


- I. a) Corten cada cuadrilátero en dos triángulos iguales. Asegúrense de tener todos los triángulos distintos posibles.
  - b) Con los triángulos obtenidos de la actividad anterior armen diferentes cuadriláteros, uniendo dos de ellos. ¿Qué tipos de cuadriláteros pueden formar?
  - c) Elijan uno de los cuadriláteros que armaron y elaboren un mensaje que permita que otro compañero arme la misma figura.
- II. En el grupo de Nahuel hicieron este mensaje:

*Elegir un triángulo rectángulo.*

*Buscar otro triángulo rectángulo y unirlo con el anterior haciendo coincidir los lados cortos*

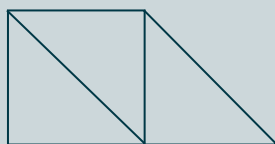
Los chicos que recibieron el mensaje hicieron estas figuras:



- a) ¿Todas las figuras cumplen las condiciones del mensaje? ¿Por qué?
- b) ¿Qué propiedades tienen los cuadriláteros que cumplen las condiciones? ¿Cómo lo sabés?
- c) ¿Qué habría que agregar al mensaje para que se pudiera hacer la figura F? ¿Y la figura B?

#### Tarea

Anotá dos propiedades del cuadrilátero que se obtiene combinando tres triángulos isósceles rectángulos iguales.





La **Actividad 4** permite retomar y considerar las propiedades de los distintos cuadriláteros obtenidos en la actividad 3 y las de otros conocidos por los niños. La clasificación por el número de pares de lados paralelos funciona como sistematización de lo realizado en las tres primeras actividades.

Como dijimos en la introducción, habrá que acordar con los niños cómo diferenciar los distintos usos de las palabras trapecio, paralelogramo, etc. explicitando la interpretación que le vamos a dar a los “nombres” que aparecen en la columna correspondiente del cuadro.

La indagación en clase respecto a los espacios del cuadro que quedan sin llenar, puede servir para profundizar acerca de las propiedades de los cuadriláteros.

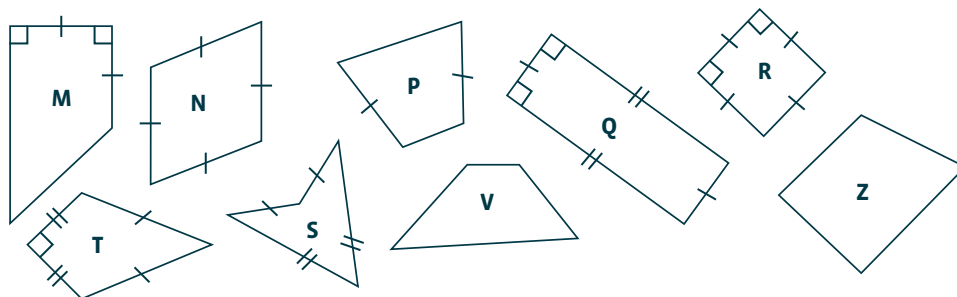
Por último en la **tarea**, se propone analizar la relación entre dos tipos de figuras, los paralelogramos y los rectángulos, lo que puede hacerse si se registran las propiedades de cada clase de figuras y el acuerdo acerca de la noción de paralelogramo asumida para la elaboración del cuadro.





#### Actividad 4. Cuadro de cuadriláteros

Para hacer esta actividad reunite en grupo con 2 o 3 compañeros.



a) Completá el cuadro indicando en qué casillero va cada uno de los cuadriláteros dibujados.

|                                | Ningún par de lados iguales | Solo un par de lados iguales | Dos pares de lados iguales entre sí | 4 lados iguales | Nombre         |
|--------------------------------|-----------------------------|------------------------------|-------------------------------------|-----------------|----------------|
| NINGÚN par de lados paralelos  |                             |                              |                                     |                 | Trapezoides    |
| Solo UN PAR de lados paralelos |                             |                              |                                     |                 | Trapecios      |
| DOS PARES de lados paralelos   |                             |                              |                                     |                 | Paralelogramos |

b) Dibujá un cuadrilátero que pueda ir en la casilla correspondiente a 2 pares de lados paralelos y 2 pares de lados congruentes entre sí, que no sea un rectángulo.

#### Tarea

Por el trabajo con el cuadro, Nahuel y Iara discutían acerca de la relación entre paralelogramos y rectángulos. La pregunta es: ¿los rectángulos son paralelogramos, o los paralelogramos son rectángulos? Explicá por escrito tu respuesta.





La discusión sobre figuras de la **Actividad 5** da lugar a pensar en las medidas de los ángulos de las figuras y de pares de ángulos en ellas.

En el punto I) se busca que se reconozca que en un triángulo rectángulo que no es isósceles los ángulos agudos no son iguales.

En el punto II) los ángulos miden *1 recto*, o  $\frac{1}{2}$  *recto*, o *1 recto y*  $\frac{1}{2}$ , ya que derivan de cuadrados —con ángulos rectos ya conocidos— y triángulos rectángulos isósceles obtenidos al cortar un cuadrado por una diagonal. No se propone realizar mediciones efectivas sino derivar estas conclusiones de datos conocidos.

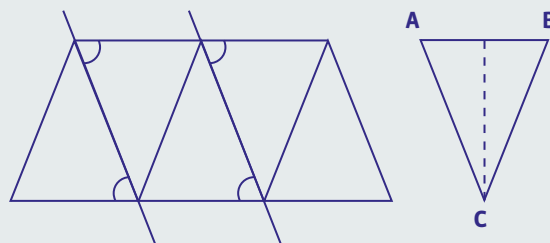
Para el conjunto de figuras, conocidas ya las medidas de los ángulos, es posible asegurar lo que se afirma en b). Para c) una posibilidad es argumentar a partir de “reconstruir” un rectángulo.

Al intentar responder d) verán, para la primera figura, que además de dos ángulos rectos tienen uno de *1 recto y*  $\frac{1}{2}$  y otro de  $\frac{1}{2}$  *recto* como en el punto II). En el otro cuadrilátero, el ángulo obtuso y el agudo suman  $180^\circ$  por lo respondido en b) pero no podemos conocer cuál es su valor.

La *tarea* es compleja, apunta a construir la idea de que en cualquier triángulo la suma de los ángulos interiores es 2 rectos y para ello se propone analizar de cuáles de los ángulos o pares de ángulos es posible conocer la medida. Por esta razón, convendría iniciarla en clase o dar como tarea para la casa a) y dedicar tiempo en clase a revisarla juntos.

Se va preguntando por el valor de algunos ángulos —hay muchos cuya medida no se puede saber— y por el de algunos pares que forman *1 recto*, tal como se consideró en la actividad 5. En el último punto, se pide enunciar una propiedad para la suma de ángulos interiores, cuestión que convendrá retomar en clase para analizar en conjunto los diversos enunciados y armar un afiche con ellos.

También será interesante considerar otros argumentos posibles para afirmar la misma propiedad, por ejemplo, apoyados en “tramas” de triángulos de distinto tipo, con lados que están incluidos en paralelas (rectas con la misma inclinación respecto de otra) tal como ellos las vienen estudiando.



Con respecto a los ángulos de la base de un triángulo isósceles, si bien es posible hacer una comprobación empírica doblando el triángulo por la altura de la base y superponiendo los ángulos A y B, interesa promover otro tipo de prueba.

Al dibujar la altura de la base, con los dos triángulos rectángulos que se obtienen, se puede formar un rectángulo en el que los lados del triángulo isósceles —iguales entre sí— son la diagonal del rectángulo, y  $C/2 + A$  resulta igual que  $C/2 + B$ .

Las Actividades 6 y 7 permiten a los alumnos avanzar en la caracterización y diferenciación de los distintos tipos de cuadriláteros retomando las propiedades de sus lados y ángulos e incluyendo el uso de cuantificadores como “sólo uno”, “al menos uno”.





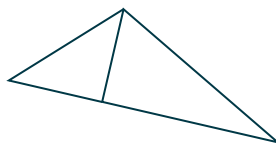
### Actividad 5. Discusiones sobre figuras y ángulos

- I. Nahuel y Diego siguen discutiendo acerca de las características de las figuras que se formaron con los recortes:

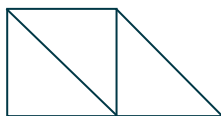
Nahuel: *para mí este triángulo es rectángulo, porque se formó a partir de dos triángulos rectángulos.*

Diego: *para mí no. Los ángulos agudos del triángulo chiquito son mitad de un recto, porque ese triángulo es la mitad del cuadrado. En el rectángulo, eso no pasa. Hay un agudo que mide menos y otro que mide más de la mitad de un recto. Entonces el de “arriba”, aunque no parece, es un ángulo obtuso.*

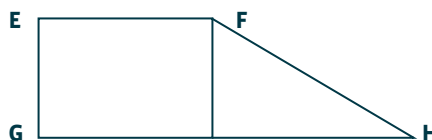
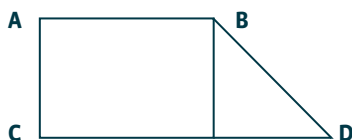
- a) ¿Con quién estás de acuerdo?  
b) ¿Cómo se puede mejorar la explicación de Diego para que quede más claro de qué ángulos se habla?



- II. a) ¿Cuánto miden los ángulos de estas figuras, formadas por triángulos rectángulos isósceles?

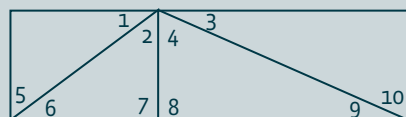


- b) ¿Es cierto que la suma de los ángulos de todos estos cuadriláteros es igual a cuatro ángulos rectos? ¿Cómo lo explicarías?  
c) Explicá por qué en un triángulo rectángulo, la suma de los ángulos agudos es un ángulo recto, o sea, mide  $90^\circ$ .  
d) ¿Podrías decir cuánto mide cada uno de los ángulos interiores de los siguientes cuadriláteros ABCD y EFGH? ¿Y la suma de los ángulos interiores?



#### Tarea

Ignacio dice que en una figura como la siguiente, él puede pensar en el valor de muchos ángulos.



- a. De los ángulos marcados de 1 a 8, ¿podés saber sin usar transportador cuánto mide cada uno?  
b. ¿Podés saber sin medir si algunos de los ángulos marcados son iguales?  
c. ¿Y el valor de las sumas siguientes?  
 $5+6$     $7+8$     $3+4$     $2+6$     $3+9$   
d. Escribí una afirmación sobre la suma de los ángulos interiores en un triángulo cualquiera.





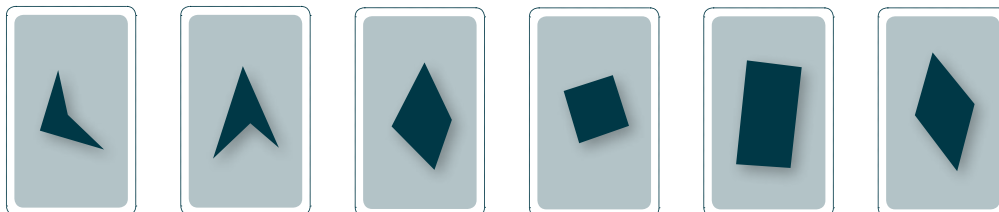
En la **Actividad 6** se incluyen, en un juego para adivinar la figura, los cuadriláteros conocidos con las propiedades tratadas y otros “nuevos” (figuras cóncavas) con propiedades como los ángulos cóncavos (mayores a  $180^\circ$ ). El análisis de las preguntas que se pueden usar para descubrir la figura convendrá hacerlo en términos de qué figuras permite retener o descartar y también aclarando el significado entre “sólo un par de lados congruentes” y “un par de lados congruentes” o “tiene un ángulo recto” y “tiene al menos un ángulo recto”, es decir, iniciando a los chicos en la cuantificación de la propiedad enunciada.

En la **tarea** es posible retomar la idea de cómo un conjunto de propiedades puede determinar una o más figuras. La condición *tiene dos lados congruentes y dos ángulos rectos* remite a rectángulo, cuadrado y un trapecio rectángulo con la altura y un lado consecutivo congruentes. La condición *tiene sólo dos lados congruentes y solo dos ángulos rectos* remite al trapecio rectángulo. La condición *tiene sólo dos lados congruentes y solo un ángulo recto* remite a un romboide y a un polígono cóncavo.



### Actividad 6. Detectives de cuadriláteros

Para jugar en grupos de 4 alumnos, en los que una pareja juega contra otra, van a necesitar 12 cartas con cuadriláteros para cada grupo.



Se colocan las cartas boca arriba, de modo que todos las vean.

Por turno, cada pareja elige una de las figuras sin que la otra escuche y anota en un papel las características de ese cuadrilátero. A continuación, los contrincantes deberán descubrir de qué figura se trata, haciendo el menor número posible de preguntas que sólo puedan responderse por sí o por no.

Cuando descubren la figura, se leen las características para asegurarse de que sea la correcta y se anota cuántas preguntas hicieron. Después de jugar 3 o 4 rondas, gana el equipo que hizo menos preguntas.

Para pensar después de jugar:

Estas son algunas preguntas que hizo una pareja al jugar.

-¿Tiene dos pares de lados paralelos?, ¿Tiene más de un ángulo recto?

-¿Las diagonales son "iguales"?, ¿Tiene ángulos "para adentro"?, ¿Tiene todos los lados "iguales"?

¿Cuáles te parecen "buenas preguntas"? ¿Por qué?

#### Tarea

Si para identificar una figura alguien dice: tiene dos lados congruentes y dos ángulos rectos.

a) ¿De qué cuadriláteros puede estar hablando?

b) Realizá dos esquemas posibles.



En la **Actividad 7**, se analizan conjuntos de condiciones buscando identificar cada figura con más de una pregunta (más de una propiedad) cuestión que aparece en el juego y que se vincula con las relaciones que se establecen al realizar el cuadro de la actividad 4.

En el punto II) se busca analizar la “constructibilidad”, es decir, cuántas y cuáles figuras se pueden construir a partir de un conjunto de datos.

En la **tarea**, aparecen figuras incompletas. Es posible que los chicos intenten inicialmente completar los dibujos de una única forma, aunque en dos casos hay más alternativas. En el primer caso, con un par de ángulos opuestos congruentes y rectos, sólo puede dibujarse un rectángulo, y basta con prolongar los segmentos que se conocen para obtenerlo. En el segundo caso, con un par de ángulos consecutivos congruentes y rectos, la figura borrada podría ser un cuadrado o un trapecio rectángulo. (Si el segmento fuera el lado de un cuadrado el dibujo se puede reconstruir, pero no es posible para el trapecio). En el tercero, con un par de lados opuestos paralelos, un paralelogramo propiamente dicho o un trapecio y para dibujarlos se necesitan las medidas de los lados y un ángulo entre ellos mientras que para el trapecio, hay infinitos posibles.



### Actividad 7. Después del juego

I.

a) Colocá las 12 cartas boca arriba e indicá:

- ¿Cuántas tienen dos pares de lados paralelos? .....
- ¿Cuántas tienen más de un ángulo recto?....
- ¿Cuántas tienen sus diagonales iguales?.....

b) Si sólo pudieras hacer dos preguntas para identificar al paralelogramo, ¿cuáles serían?

c) ¿Y si hubieran elegido el trapecio isósceles?

d) ¿Hay figuras más fáciles de identificar con pocas preguntas? ¿Por qué?

II. A partir de las preguntas, los chicos decidieron armar condiciones para construir cuadriláteros. Decidí en qué casos es posible dibujar un cuadrilátero que tenga:

a) cuatro ángulos iguales no rectos,

b) dos pares de lados paralelos y no perpendiculares entre sí,

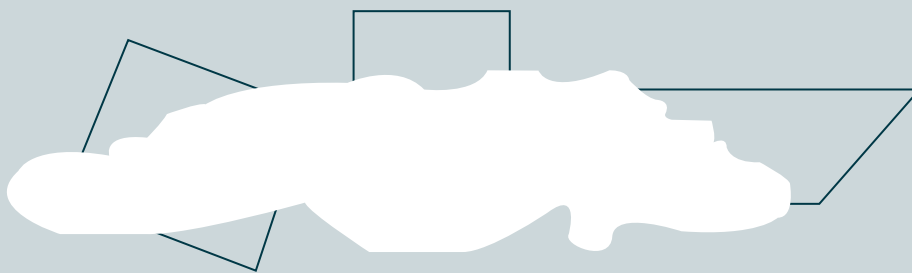
c) un par de lados congruentes y un par de lados paralelos.

En cada caso, si se puede construir una o varias figuras, hacé el o los esquemas correspondientes. Si no, explicá por qué.

103

#### Tarea

Cristian volcó jugo sobre la tarea de Cynthia, su hermana. Aunque secó el jugo, se borraron algunas líneas. a) Cristian, ¿puede hacer los cuadriláteros que estaban dibujados en una hoja nueva para que Cynthia no se de cuenta? ¿Por qué?



b) Anotá qué datos necesitarías medir para copiar estas figuras.





La **Actividad 8** trata un problema en contexto extramatemático, donde se vuelve a considerar la medida de los ángulos de distintos cuadriláteros. En este caso, analizar estas medidas en rombos y trapecios particulares, apoyados en la idea de que un ángulo de  $60^\circ$  es  $\frac{1}{3}$  de un llano (en el trapecio isósceles construido con tres triángulos equiláteros). Luego se propone comparar figuras de lados iguales y ángulos distintos (cuadrado y rombo, rectángulo y paralelogramo, por ejemplo). Se trata de armar configuraciones con dos tipos de triángulos diferentes teniendo en cuenta lados y ángulos.

Para la última pregunta sobre las varillas, vuelven a aparecer las relaciones entre ángulo recto,  $\frac{1}{2}$  recto y  $\frac{1}{3}$  de un llano. La **tarea**, pone en juego no sólo la medida de los ángulos, sino también la de los lados de las posibles mesas.

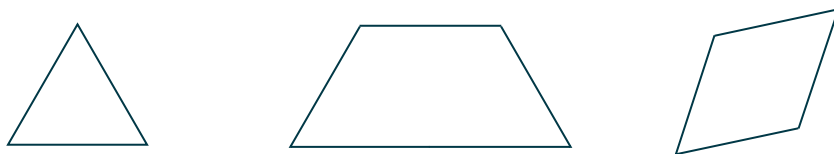




### Actividad 8. Mesitas diferentes

Un jardín de infantes tiene que comprar mesas y visita dos fábricas de muebles.

En la fábrica de Atilio se diseñan mesas de madera con borde en plástico duro con diferentes formas. Para calcular las medidas se estima que, para que un chico pueda trabajar cómodo, los lados más cortos de las tapas de las mesas deben ser de 60 cm como mínimo. Por esta razón, para armar los distintos modelos usan como base un triángulo equilátero de 60 cm de lado. Las mesas se pueden encargar de cualquier forma combinando distinta cantidad de triángulos.



De este modo Atilio asegura que, cualquiera sea la forma elegida, todas se pueden juntar para hacer mesas más grandes.

En la fábrica de Enrique también se pueden encargar las mesas de distinta forma pero usan como base un molde que es un triángulo rectángulo isósceles con dos lados de 60 cm. Enrique dice que sus mesas también se pueden juntar y que ofrece más variedad de formas que otras fábricas.



- Se desea encargar 4 mesas triangulares en las que puedan trabajar 4 chicos y 4 mesas con forma de trapecio para 6 chicos. ¿Pueden hacer el pedido en cualquier fábrica? Hacé un esquema para mostrar cómo quedarían los modelos.
- ¿Qué otros modelos se podrían hacer para 4 y para 6 chicos? Dibujá dos.
- Es cierto que, para algún modelo, si se juntan 2 mesas de 6 queda una mesa para 12?
- Si en la escuela, para proteger las esquinas, se mandan a doblar varillas de plástico reforzado con las puntas redondeadas.



¿Con qué abertura se deben doblar las varillas para los distintos modelos?

#### Tarea

- Antes de colocar las esquinas reforzadas se bordea el canto de cada mesa con varilla plástica. Con 4 varillas iguales de 60cm, ¿qué mesas se pueden bordear?, ¿en qué son diferentes?, ¿qué deben tener en cuenta al pegar las esquinas?
- Si se pegan dos varillas de 120 cm y dos de 60 cm para bordear el contorno de una mesa pero no se ajustan los extremos a  $90^\circ$ , ¿qué forma podría tener la mesa?





En la **Actividad 9**, se proponen dos tipos de tareas, analizar un argumento para considerar su validez a partir de un supuesto contraejemplo y determinar la verdad o falsedad de cuatro afirmaciones.

Lo que plantea Javier es falso y se puede encontrar un contraejemplo, el romboide, para justificar. Moni se equivoca porque los rombos tienen sus pares de lados paralelos.

Para argumentar sobre el paralelismo de los lados en el cuadrado, en el rectángulo y en el rombo, pueden decir que los lados opuestos son paralelos porque ambos tienen la misma inclinación respecto de otro lado y podrán apoyarse en lo desarrollado en las actividades 1 y 5. Para argumentar sobre los ángulos rectos en los trapecios, se puede volver sobre lo analizado, por ejemplo, en la tarea de la actividad 6.

La **Actividad 10** apunta a realizar una mirada sobre el propio proceso de aprendizaje, lo que ha resultado para cada uno más fácil o más difícil, así como aquello que considera debe seguir estudiando. A su vez, se pregunta por los elementos a considerar para saber qué tipo de cuadrilátero es, lo que implica una mirada metacognitiva sobre las propiedades estudiadas para reconocer que se refieren a las relaciones entre lados y ángulos de estas figuras. Luego, solicita argumentos para diferenciar un par de cuadriláteros en particular (paralelogramo—trapezio) donde tendrán que comparar los elementos explicitados.



### Actividad 9. ¿Vale o no vale?

- a) Javier dice que siempre que el cuadrilátero tiene dos pares de lados congruentes entre sí, tiene dos pares de lados paralelos.  
Moni dice que el rombo tiene dos pares de lados congruentes, pero no tiene pares de lados paralelos.  
¿Con quién de ellos estás de acuerdo? ¿Por qué?
- b) Discutí con tus compañeros si las siguientes afirmaciones son verdaderas o falsas.
- Los cuadrados tienen dos pares de lados paralelos.
  - Los rectángulos son paralelogramos.
  - Los rombos tienen dos pares de lados paralelos.
  - Los trapecios pueden tener hasta dos ángulos rectos.

### Actividad 10. Mirar lo que aprendimos

- a) ¿Qué actividades te resultaron más fáciles?
- b) ¿Cuáles te costaron más? ¿Por qué pensás que te resultaron más difíciles?
- c) ¿Qué tenés en cuenta para establecer las características de los cuadriláteros?
- d) ¿Podés explicar a un compañero cómo diferenciás un paralelogramo de un trapecio? Anotá tu explicación.
- e) ¿Tendrías que repasar algo más para poder resolver situaciones donde debas usar propiedades de los cuadriláteros?





En la **Actividad 0/11**, el ítem 1 propone elaborar unas “pistas” y luego analizar otras para identificar uno de los cuadriláteros dibujados, lo que requiere poner en juego las propiedades que lo determinan.

En el ítem 2, deberán construir un cuadrado o un rombo, ambos fueron construidos en distintas actividades, por ejemplo, en las actividades 1 y 2. Luego deberán identificar a ambas figuras con la propiedad de tener cuatro lados congruentes.

El punto 3 requiere considerar los ángulos de los triángulos rectángulos para explicar que en el triángulo dibujado hay un ángulo que mide más que un recto, hay dos lados congruentes, y los ángulos de la base son iguales, cuestiones estudiadas en la secuencia en la actividad 5 y la tarea correspondiente.

Por último, el ítem 4 requiere explicar dos ideas centrales desarrolladas en la secuencia: el reconocimiento del paralelismo y el de la perpendicularidad, relaciones que determinan tipos de cuadriláteros y de triángulos trabajados. Al realizar la actividad como 0 no se esperan definiciones precisas, bastaría con alguna referencia a que las paralelas “no se cortan”.

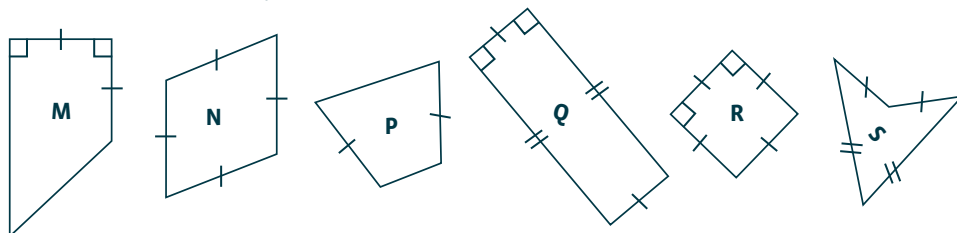




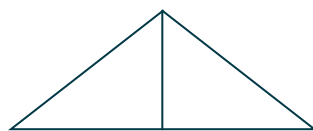
### Actividad 0/11. ¿Qué sabemos?

1. Para resolver:

a) Dado el siguiente conjunto de figuras, elegí una y elaborá un listado de pistas para que un compañero pueda identificar la que seleccionaste.



b) Analizá la siguiente pista y determiná si es suficiente para afirmar que la figura seleccionada es la Q: “Tiene dos pares de lados paralelos”. Explicá tu respuesta.



2. Para construir:

Teniendo en cuenta el siguiente segmento, respondé a las siguientes consignas.



a) Construí un cuadrilátero con cuatro segmentos congruentes al dado.

b) ¿Cuántos cuadriláteros distintos responden a la construcción? ¿Por qué?

3. Para explicar:

César cortó un rectángulo por una diagonal y armó este triángulo uniendo las dos mitades. ¿Cómo estimarías cuáles son las medidas de cada uno de los ángulos de este triángulo? Explicá tu respuesta.



4. Para registrar lo que aprendiste

a) Dos rectas perpendiculares a una tercera, ¿son paralelas entre sí? ¿Cómo lo sabés?

b) Y al revés, ¿dos rectas paralelas a una tercera, ¿son perpendiculares entre sí? ¿Cómo lo sabés?







## Secuencia para 6° grado. Triángulos y cuadriláteros: lados, ángulos y diagonales

### Propósito y comentarios sobre las actividades

Esta secuencia promueve que los alumnos exploren las propiedades de las diagonales de los cuadriláteros y retomen las de los lados y ángulos de triángulos y cuadriláteros al utilizarlas en la resolución de diversos problemas. Las primeras actividades apuntan a estudiar las propiedades de diagonales y lados de los cuadriláteros y dada la variedad de tareas que se incluyen, en particular, en las actividades 2 y 3, seguramente llevarán más de una clase.

En las actividades 1 a 5 se analiza qué cuadriláteros se forman según las condiciones que cumplen sus diagonales en un diseño, en una construcción o en un mensaje y, también, se analizan los tipos de triángulos involucrados, para retomar las características de lados y ángulos. Si bien en todas estas actividades se van pidiendo argumentaciones para relacionar las características de las diagonales, ángulos y lados de los distintos cuadriláteros, en la sexta actividad, la tarea está centrada en la argumentación.

En paralelo, se analiza que una misma figura puede ser construida con procedimientos diferentes, según las propiedades que se consideren y los instrumentos que se utilicen, ya que cada instrumento permite poner en juego propiedades diferentes. Así, el compás permite marcar puntos que están a una distancia dada y construir lados congruentes. La regla o la escuadra permiten construir rectas, la regla graduada, segmentos de cierta medida y la escuadra rectas perpendiculares.

Las actividades 7 y 8 dan lugar a usar en un juego los conocimientos que han sido conclusiones de las seis actividades anteriores, pero también a “combinar” esas propiedades en pares o tríos para una misma figura lo que permite discutir, en parte, la inclusión entre diferentes clases de figuras. Asimismo, se puede analizar cómo asegurarse de la verdad o falsedad de una afirmación y del uso de cuantificadores en relación con las propiedades.

La actividad 9, permite analizar y completar afirmaciones sobre las propiedades estudiadas y la actividad 10 resulta, como en todas las secuencias, una síntesis. En este caso, elaborando un cuadro de los conocimientos elaborados sobre las propiedades de las diagonales, los lados y los ángulos.



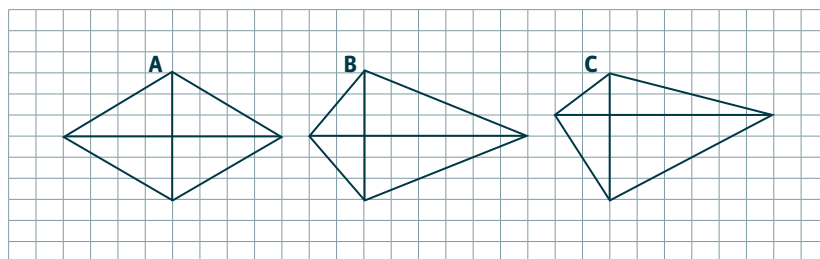




Cuando se hacen barriletes, al construir marcos para puertas y ventanas, al hacer muebles o diseñar un envase de cartón, es importante estar seguro de que las figuras que se dibujan o se construyen son las que se pensaron. ¿Qué recursos podés utilizar para comprobarlo? ¿Qué propiedades de las figuras se pueden tener en cuenta para hacerlo?

### Actividad 1. Diseños de barriletes

Unos chicos consiguieron varillas de 80 cm y 60 cm de largo para fabricar armazones de barriletes. Quieren utilizar dos varillas diferentes que se corten en forma perpendicular para el armazón y luego cubrir con papel de colores. Como no tienen papel suficiente del mismo color deciden combinar 4 triángulos de distintos colores. Nacho dibuja en papel cuadriculado y analiza diferentes alternativas, con varillas de diferente longitud y dibuja los modelos A, B y C.



- Para cubrirlos con papel, ¿qué triángulos tendrían que recortar para cada modelo?
- Guille pensó en otros modelos en los que usó dos varillas 80 cm que también se cortan en forma perpendicular. Él dice que eso cambia la forma de los papeles para el barrilete ¿Tiene razón? ¿Por qué?
- ¿Cuál o cuáles de los modelos elegirían ustedes para hacer un barrilete? ¿Por qué?

### Tarea

Pensando en la forma de los barriletes como cuadriláteros y en las varillas como diagonales, completá este cuadro:

| Diagonales perpendiculares | ¿Se cortan en sus puntos medios? | ¿Qué figura se forma? |
|----------------------------|----------------------------------|-----------------------|
| Distintas                  | Solo una                         |                       |
|                            | Las dos                          |                       |
|                            | Ninguna                          |                       |
| Iguales                    | Solo una                         |                       |
|                            | Las dos                          |                       |
|                            | Ninguna                          |                       |



La **Actividad 2**, requiere fotocopias con las figuras reglas, escuadras y compases a todos los niños. Si no se ha trabajado antes con el compás se deberían plantear previamente algunas situaciones para arribar a la idea de circunferencia como el lugar geométrico de los puntos que equidistan de un centro, identificando el radio, el diámetro y su relación, realizando algunas construcciones básicas con compás.

En el punto I), la copia adecuada de la figura depende fundamentalmente de la ubicación de los centros ya que todas las circunferencias tienen el mismo radio. Los niños podrán usar el compás para tomar las distancias entre centros en el dibujo o medir los 3cm con una regla.

Para identificar distintas figuras será necesario relacionar los lados con radios y diámetros. En el caso de los rombos los alumnos podrán descubrir que hay segmentos que son congruentes porque son cuerdas del mismo arco por ejemplo, DK y KQ, FN y FO, lo que se puede comprobar con el compás.

En el punto II) sabiendo que el rombo tiene 4 lados iguales y que el compás traza una curva con puntos equidistantes del centro, se puede trazar un segmento cualquiera (una diagonal) y luego con centro en cada uno de sus extremos marcar dos círculos del mismo radio (dibujo 1). Se podría avanzar analizando cómo cambia la figura según la relación entre los radios de las circunferencias y la distancia entre los centros o preguntando “¿qué figura se forma si ambos radios de circunferencia no son iguales”

El procedimiento según el dibujo (2) con escuadra graduada, se apoya en las propiedades de las diagonales.

Es importante detenerse luego en el análisis de las explicaciones de a) dado que pueden ser muy diferentes tanto en el número de “pasos” como en el uso del lenguaje específico, dependiendo de la experiencia previa de los alumnos en escritura de textos de ese tipo.

En el b) se reutiliza lo explicado en a) advirtiendo que si solo se conoce el lado, no se puede asegurar una única figura. En el punto c) se espera que extiendan el procedimiento (2) y descubran que, como no está determinado el punto de intersección de las diagonales, hay infinitos romboídes posibles.

Para reutilizar lo analizado y sistematizado en c) se puede proponer como **tarea**:

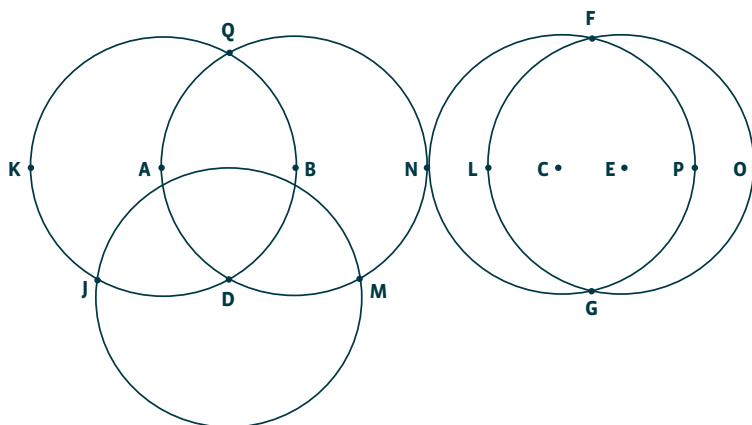
a) Para asegurarte de que un compañero construye el mismo rombo que vos, ¿qué datos le darías, las dos diagonales o el lado? ¿Por qué?

b) El romboide también se puede construir usando compás si se conocen las medidas de los lados y la de la diagonal mayor. Dibujá un romboide con diagonal mayor de 8 cm, dos lados de 3 cm y los otros dos de 7 cm.



## Actividad 2. Construcciones de rombos y romboide

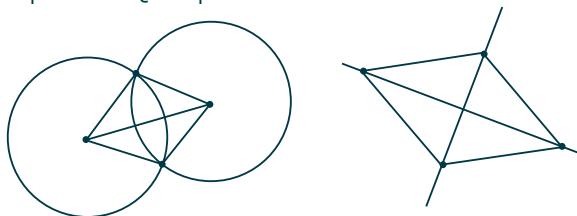
- I. a) Copiá el dibujo siguiente sabiendo que todas las circunferencias tienen un radio de 2 cm. Tené en cuenta que, en el segmento KO están ubicados los puntos A, B, N, L, C, E y P. Y también considerá que P es punto medio de EO y L punto medio de NC.



- b) Indicá, usando las letras, dos segmentos que midan:

| menos de 2cm | 2cm | más de 2cm y menos de 4cm | 4cm |
|--------------|-----|---------------------------|-----|
|              |     |                           |     |
|              |     |                           |     |

- c) ¿Qué tipo de triángulos son los siguientes? ¿Por qué estás seguro?  
ABD AJD FCE AQN KBD AQD
- d) Descubrí dos rombos distintos en el dibujo. Compará con tus compañeros los rombos que encontraste para ver si son los mismos. ¿Por qué están seguros de que son rombos? ¿Qué tipos de triángulos pueden formar un rombo?
- II. Leila dice que para construir un rombo solo necesita una regla y un compás. Sin embargo, Darío dice que sin compás, pero con una escuadra graduada, también se puede dibujar un rombo. ¿Es cierto lo que dicen? ¿Por qué?



- a) Analizá los dibujos y explicá el procedimiento de Leila y el de Darío escribiendo “paso a paso” lo que realizan.
- b) Para dibujar un rombo de 4 cm de lado, ¿cuál de los procedimientos te conviene usar, el de Leila o el de Darío? La figura, ¿es única? ¿Por qué?
- c) Construí un romboide sabiendo que sus diagonales miden 6 cm y 4 cm. La figura, ¿es única? ¿Por qué?
- d) Escribí en qué se parecen y en qué son distintos los lados y las diagonales del rombo y el romboide.





La **Actividad 3** tiene tres partes. En la **parte I**, se propone como problema construir un cuadrilátero a partir de sus diagonales con una característica: cada una corta a la otra en el punto medio. Esto es similar a lo realizado en la actividad 2, pero en este caso no se dice que deben ser perpendiculares. La exploración puede facilitarse dando a los alumnos dos tiras de cartón de diferente longitud. El cuadrilátero resultante será un paralelogramo y como no son de igual medida puede resultar un rombo o un paralelogramo propiamente dicho. En el punto b) no sólo no se puede asegurar el tipo de figura sino que, al no conocerse el ángulo, hay infinitos paralelogramos posibles. En c), se vuelve sobre el análisis de los triángulos determinados ya que se conocen sus ángulos (rectos por construcción o no) y la igualdad o no de sus lados. En el análisis habrá que considerar la posibilidad de revisar los cuatro triángulos determinados por las diagonales y los dos pares de triángulos determinados por cada diagonal.

En la **parte II**, se propone identificar uno o más mensajes entre varios que permiten describir ese cuadrilátero y ningún otro. La discusión interesante aquí es que cada mensaje puede dar lugar a identificar más de una figura y entonces habrá que identificar cuáles son, en cada caso, las nuevas propiedades que permitirán diferenciar unas de otras. Para que sea un romboide, a Javier le falta aclarar las distancias de los vértices al punto de intersección de las diagonales, a Emiliano las medidas de las perpendiculares y dónde se cortan y a Mariano le falta decir que son perpendiculares y el lugar en el que la diagonal menor corta a la mayor. Si los chicos no identifican estas diferencias el maestro puede hacer hincapié en ellas, o pedir a otros compañeros que muestren otras figuras que puedan construirse con los mensajes tal como están, lo que permitirá a los niños advertir las diferencias. También se podría explorar con construcciones en GeoGebra.

En la **parte III** se vuelve sobre los dibujos realizados para caracterizar la variedad de cuadriláteros posibles con diagonales de diferente longitud. Si es necesario, se puede retomar el trabajo sobre los barriletes y hacer algunas exploraciones con varillas de cartón o sorbetes para pasar luego a realizar dibujos sobre papel cuadriculado. Se trata aquí de sistematizar lo aprendido sin tener como expectativa la explicitación de procedimientos con regla y compás para construir cuadriláteros, dada la longitud de sus diagonales.

En la **tarea**, hay que decidir la verdad o falsedad de afirmaciones. El uso del conector “y” en la formulación, será analizado al revisar la tarea pues indica que la propiedad debe cumplirse para ambos tipos de figuras y esto debe ser destacado y registrado en un afiche para la clase y también en los cuadernos. Se retoman en esta actividad las exploraciones realizadas para responder las preguntas del punto III.

---

---

---

---

---

---

---

---

---

---



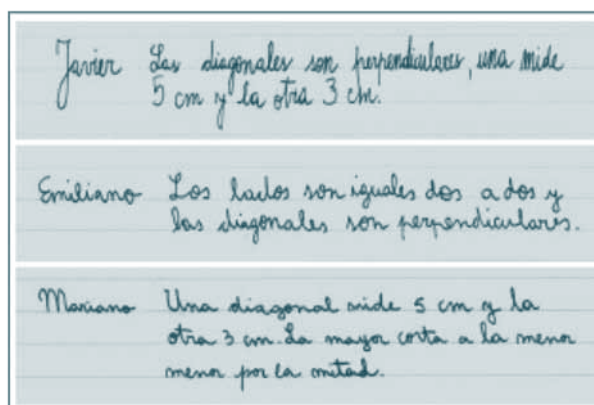
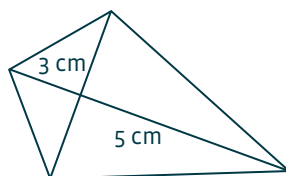


### Actividad 3. Mensajes para construir cuadriláteros

I.

- a) Dibujá “un cuadrilátero cuyas diagonales miden 3 y 5 cm de modo que cada una corte a la otra en el punto medio”.
- b) ¿Podés asegurar que la figura que dibujaste es igual a la que hicieron tus compañeros sin verla? ¿Por qué?
- c) ¿Qué tipos de triángulos quedan determinados en cada figura por sus diagonales? ¿Algunos son iguales? ¿Por qué?

II. a) Para que Mariana pudiera construir el romboide sin verlo, usando regla y escuadra, los chicos escribieron estos mensajes. ¿Qué información habría que agregarle a cada mensaje para que se pueda obtener el romboide dado?



III.

- a) Revisen todas las figuras que analizaron con las diagonales de 3 cm y 5 cm e identifiquen de qué cuadriláteros se trata. Pueden usar el compás para comprobar si hay lados iguales.
- b) Otros chicos que usaron regla y escuadra dijeron que con diagonales de 3 cm y 5 cm también se puede construir un trapecio. ¿Estás de acuerdo? ¿Por qué?

#### Tarea

Decidí si las siguientes afirmaciones son verdaderas o falsas.

- Los rombos y los romboides tienen diagonales perpendiculares.
- Los rombos y los romboides tienen diagonales iguales.
- Los paralelogramos propiamente dichos tienen diagonales iguales.
- Los paralelogramos propiamente dichos tienen diagonales que se cortan en sus puntos medios.







#### Actividad 4. Construcciones de rectángulos

- a) Considerá el siguiente segmento y dibujá, con regla y escuadra, un rectángulo que tenga a ese segmento como diagonal.



- b) Dibujá otro rectángulo, usando ese mismo segmento como diagonal.
- c) ¿Cuántos rectángulos distintos podrías dibujar?
- d) Javier dice que no hace falta la regla, que ubicando bien la escuadra se pueden hacer dos triángulos iguales para formar el rectángulo. Emiliano dice que la regla hace falta porque si no, no se pueden trazar las paralelas. ¿Podrían tener razón los dos? ¿Por qué?

119

#### Tarea

- a) Dibujá un segmento AB de 6 cm de modo que no quede sobre un renglón y, usando ese segmento como diagonal, dibujá un rectángulo.
- b) Dibujá un cuadrado de modo que el segmento AB también sea su diagonal.
- c) ¿En qué se parecen y en qué son diferentes las diagonales y lados de los rectángulos y cuadrados?

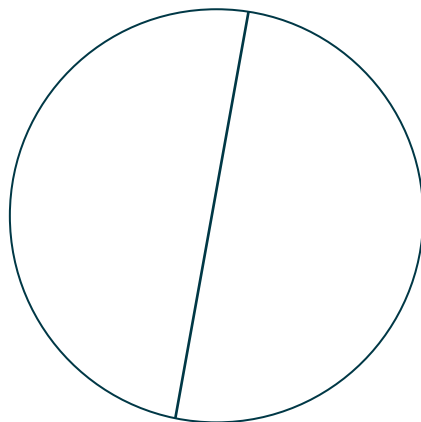






### Actividad 5. Circunferencias y cuadriláteros

- a) Dibujá un cuadrilátero de modo que el diámetro AB de la circunferencia siguiente sea una diagonal y que los vértices queden sobre la circunferencia.



- b) Dibujá otros dos cuadriláteros inscriptos en la circunferencia. ¿Puedes asegurar que tipos de cuadriláteros son?
- c) Si alguien afirma que en la construcción anterior obtuvo un romboide, ¿pueden decidir si está en lo cierto o no sin mirar su dibujo? ¿Por qué?
- d) ¿Y si afirma que obtuvo un rombo?

121

#### Tarea

- a) Usando los vértices de los cuadriláteros que dibujaste identificá dos triángulos rectángulos y dos isósceles.
- b) Decidí si las siguientes afirmaciones son verdaderas o falsas.
- Los cuadrados y los rectángulos tienen diagonales iguales.
  - Los cuadrados y los rectángulos tienen diagonales perpendiculares.
  - Las diagonales de todos los cuadriláteros se cortan en el punto medio de ambas.



La **Actividad 6**, da lugar a que los alumnos pongan en juego formas de validación intelectuales ya que pueden apoyarse en las propiedades conocidas sobre diagonales de cuadriláteros y sobre triángulos para argumentar sobre las propiedades de una nueva figura. En a), un romboide (diagonales perpendiculares, triángulos rectángulos) permite asegurar que la figura formada por los dos triángulos iguales (pares de lados opuestos congruentes) es un rectángulo. En b), un rectángulo (diagonales iguales, triángulos isósceles) permite asegurar que la figura formada por los dos triángulos iguales (cuatro lados iguales) es un rombo.

Es posible que algunos alumnos midan segmentos para asegurar la congruencia de los lados, sin embargo, las mediciones darán como medida valores diferentes, y es posible destacar que la seguridad respecto del tipo de figura que se obtiene no proviene de la medición, sino de tener en cuenta las propiedades ya conocidas.

En c) la modificación de AMRC es cambiar la longitud de una diagonal para que sea igual que la otra y en PQSB cambiar el ángulo entre diagonales para que sean perpendiculares, con lo que resultan, en ambos casos, cuatro triángulos rectángulos isósceles. Si los niños propusieran modificaciones en lados y ángulos, se preguntará cómo hay que cambiar las diagonales para que eso ocurra.

El argumento de Mariano en el punto d), se apoya en el conocimiento que fundamenta el trazado de paralelas, cuestión que se aborda en la secuencia de 5º grado.

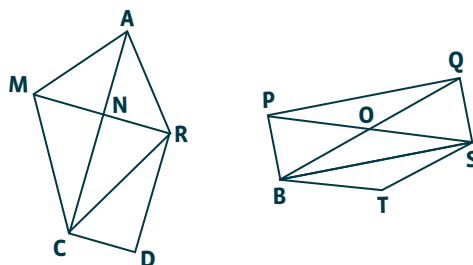
Por último en e), se aborda la relación entre diferentes clases de figuras. En este caso se trata de la inclusión del rectángulo como paralelogramo.

En la **tarea**, se pide identificar triángulos de distintos tipos lo que puede apoyarse en las propiedades de las diagonales, e identificar cuando sea posible lados “con igual inclinación respecto de un tercero” (paralelos) en rombos, romboides y paralelogramos.



### Actividad 6. ¿Qué figura se forma?

- a) La figura MARC es un romboide y se construye el triángulo RDC igual al RNC. ¿Qué tipo de figura es NRDC? ¿Por qué?
- b) La figura PQSB es un rectángulo y se construye el triángulo BTS igual al BOS. ¿Qué tipo de figura es BOST? ¿Por qué?



- c) ¿Qué modificaciones harías en las figuras MARC y PQSB para que NRDC y BOST fueran cuadrados?
- d) Mariano dice que se puede asegurar que NR y CD son segmentos paralelos porque “tienen la misma inclinación” respecto de la diagonal CA y que, por la misma razón, también son segmentos paralelos NC y RD con respecto a la diagonal MR. ¿Te parece que es cierto lo que dice?
- e) Javier dice que, si Mariano tiene razón, entonces NRDC es un paralelogramo. ¿Te parece que una figura puede ser rectángulo y paralelogramo a la vez? ¿Por qué?

123

#### Tarea

a) Identificá, si es posible, en las dos figuras anteriores:

- dos triángulos rectángulos iguales,
- dos triángulos rectángulos distintos,
- dos triángulos isósceles iguales,
- dos triángulos isósceles distintos,
- dos triángulos isósceles rectángulos.

b) ¿Cuáles de los cuadriláteros siguientes te parece que tienen dos pares de lados opuestos paralelos? ¿Por qué?

- romboides
- rombos
- paralelogramos





El juego presentado en la **Actividad 7**, implica asociar los cuadriláteros con las diferentes propiedades que aparecen en las tarjetas. Cada propiedad remite a una o más figuras y, al buscar alguna que cumpla con dos propiedades se reducen las posibilidades. Es más, en algunos casos las tarjetas expresan propiedades que no pueden cumplirse a la vez en una figura.

Para realizar los dibujos no se trata de una construcción con útiles de geometría, sino de un esquema a mano alzada, donde se indique cuáles de sus elementos cumple la propiedad pedida.

Si bien en el juego se propone usar dos cartas, es posible jugar con tres o con cuatro cartas y dibujar un cuadrilátero que cumpla con dos condiciones a elección. El número de propiedades a considerar es una variable didáctica en este juego pues, a más propiedades para una misma figura, es necesario establecer relaciones entre ellas lo que supone nuevos conocimientos.

Al jugar, pueden surgir discusiones acerca de enunciación de las propiedades. Por ejemplo, si dice “un ángulo recto” ¿esto significa que puede haber más de uno o solamente uno? ¿Cómo se entiende entonces “al menos un ángulo recto”? ¿Y “sólo un ángulo recto”? Será importante entonces precisar la equivalencia entre “un ángulo recto” y “al menos un ángulo recto”, diferenciándola de “sólo un ángulo recto”. Si este tipo de discusiones no apareciera, se preguntará cómo procedieron al interpretar estas propiedades, anotando en el cuaderno y un papel afiche las conclusiones a las que se arribe.

Las preguntas para después de jugar proponen la reflexión sobre las distintas propiedades que pueden combinarse en una misma figura. Por ejemplo, Mariano puede haber sacado “todos sus ángulos iguales”, “cuatro lados iguales”, “dos pares de lados opuestos iguales”. En el caso de Javier, es cierto que no puede sacar dos puntos pues sólo el rombo y el cuadrado tienen cuatro lados iguales y ambos tienen dos pares de lados paralelos.

En la **tarea**, se propone responder a dos partidas del juego, la diferencia es que pueden elegir dos cartas entre cuatro, lo que da diversas alternativas de respuesta.



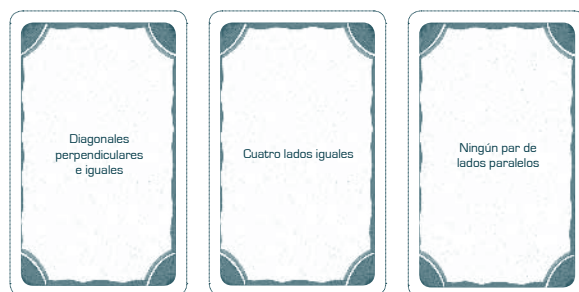


### Actividad 7. El Juego de los cuadriláteros

Para jugar, formen grupos de cuatro integrantes. Van a necesitar un mazo de cartas con propiedades, papel liso y lápiz para dibujar.

Se mezclan las cartas y se reparten dos a cada jugador. Cada jugador analiza sus tarjetas y dibuja “a mano alzada” un cuadrilátero que cumpla con las propiedades de las tarjetas. Cuando todos terminan (se puede poner un tiempo límite) se muestran los dibujos al grupo.

Si los dibujos son válidos, cada jugador obtiene un punto por cada carta tenida en cuenta y si cumple las propiedades de las dos tarjetas el jugador tiene 2 puntos. Si sólo cumple las propiedades de una de las tarjetas tiene un punto. Se juegan varias vueltas y al terminar gana el que obtuvo más puntos.



Para pensar después de jugar:

\*Mariano dice que le tocaron “diagonales perpendiculares e iguales”, dibujó un cuadrado y ganó 2 puntos. ¿Qué otra carta pudo haber sacado? ¿Por qué?

\*Javier dice que él sabe mucho de cuadriláteros, pero que cuando le tocó “cuatro lados iguales” y “ningún par de lados paralelos” era imposible sacar dos puntos. ¿Es cierto lo que dice? ¿Por qué?

#### Tarea

Dibujá a mano alzada una figura que cumpla con 2 de estas propiedades:

Sólo un par de ángulos iguales.

Ningún par de lados consecutivos iguales.

Ningún par de lados perpendiculares.

Un par de lados consecutivos iguales.





En la **Actividad 8** se presentan problemas que se denominan de juego simulado, pues tienen como contexto el mismo juego y se refieren a posibles jugadas de modo que funcionan como un “volver a pensar” en las relaciones utilizadas al jugar.

Para a), si se consideran “Todos sus ángulos iguales” tanto el cuadrado como el rectángulo cumplen. Además, ambos tienen “Dos pares de lados opuestos iguales” y “Al menos un par de lados paralelos”, por último, sólo el cuadrado tiene “Diagonales perpendiculares e iguales”. Aunque podría sacar 4 puntos si dibujara un cuadrado, si lo que hizo fue dibujar un rectángulo, sacó solo 3.

Para b), las propiedades “Un par de lados consecutivos perpendiculares” podría indicar que tal vez tenga más de un ángulo recto pero “Sólo un ángulo recto” lo limita a uno. Entonces, para que también se cumpla “Un par de lados opuestos iguales” la figura debe tener esos lados opuestos con diferente inclinación respecto de un tercero y, por último, al unir los extremos, resulta “Ningún par de lados consecutivos iguales”. Un trapecioide con un ángulo recto cumple las 4 propiedades. Si ella dibujó un rectángulo, se cumplen tres propiedades, obviamente “Sólo un ángulo recto”.

La discusión del punto d) vuelve sobre el tema de los cuantificadores que ha dado lugar a las conclusiones escritas.

126

Las relaciones entre diferentes tipos de cuadriláteros es objeto de análisis en esta **Actividad 9**, tanto para completar afirmaciones en a), como para acordar o no b) con lo planteado por otros chicos en relación con las diagonales de diferentes cuadriláteros.

Por último, en c) habrá que comparar propiedades de dos tipos de figuras para identificar cuál de ellas cumple todas las propiedades de la otra. Un cuadrilátero que tiene “solo dos pares de lados iguales” es a veces un rectángulo, otras un paralelogramo propiamente dicho y otras un romboide. Un cuadrilátero con dos pares de lados consecutivos iguales (si es cóncavo) es un rombo, o un cuadrado o un romboide. Un cuadrilátero que tiene sólo dos pares de lados opuestos iguales, es a veces un rectángulo y otras un paralelogramo propiamente dicho.

En b) se trata de comparar las propiedades del cuadrado y el rectángulo para comparar cuál de ellas cumple todas las propiedades de la otra. La conclusión aquí será que “todos los cuadrados son rectángulos” ¿Por qué?

Los cuadrados tienen diagonales iguales que se cortan en sus puntos medios igual que los rectángulos. Además, las diagonales del cuadrado son perpendiculares.

Los cuadrados tienen cuatro ángulos rectos y dos pares de lados opuestos iguales igual que los rectángulos. Además, los lados consecutivos de los cuadrados son iguales.





### Actividad 8. Después del juego

a) Jugando con 4 cartas Martina dibujó un rectángulo y tenía las propiedades siguientes.

Todos sus ángulos iguales

Dos pares de lados opuestos iguales

Diagonales perpendiculares e iguales

Al menos un par de lados paralelos

Si usó todas las cartas posibles, ¿qué puntaje sacó?

b) Rosario también dibujó un rectángulo pero tenía cartas con estas propiedades, ¿qué puntaje sacó?

Un par de lados opuestos iguales

Sólo un ángulo recto

Un par de lados consecutivos perpendiculares

Ningún par de lados consecutivos iguales

c) ¿Podía Martina dibujar otra figura y sacar más puntaje? ¿Y Rosario?

d) Rosario y Martina no se ponen de acuerdo con los puntajes

Martina dice que un rectángulo no tiene “un par de lados opuestos iguales”, que tiene dos. Rosario dice que si no dice “sólo un par de lados opuestos iguales” puede haber más de un par de lados paralelos y que es lo mismo que decir “al menos un par de lados opuestos iguales”.

¿Con quién estás de acuerdo? ¿Por qué?

127

### Tarea

a) Escribí por lo menos 3 propiedades distintas que correspondan a un rombo.

b) Respondé: siempre, a veces, o nunca y explicá por qué. Un cuadrilátero que tiene todos sus lados iguales ¿es un cuadrado? Un cuadrilátero que tiene dos pares de ángulos opuestos iguales ¿es un rombo?

### Actividad 9. Vale o no vale?

a) Completá las siguientes afirmaciones:

• En un conjunto de cuadriláteros cuyas diagonales son iguales puede haber un .....

• En un conjunto de cuadriláteros cuyos lados paralelos son iguales puede haber un .....

b) Considerá las siguientes afirmaciones y decidí si estás de acuerdo o no con lo que dicen los chicos.



c) Respondé: siempre, a veces, o nunca y explicá por qué.

- Un cuadrilátero que tiene dos pares de lados iguales ¿es un rectángulo?

- Un cuadrilátero que tiene dos pares de lados consecutivos iguales ¿es un rombo?

- Un cuadrilátero que tiene dos pares de lados opuestos iguales ¿es un rectángulo?

d) ¿Es cierto que los rectángulos son todos cuadrados? ¿Y que los cuadrados son todos rectángulos? Justificá tus respuestas.

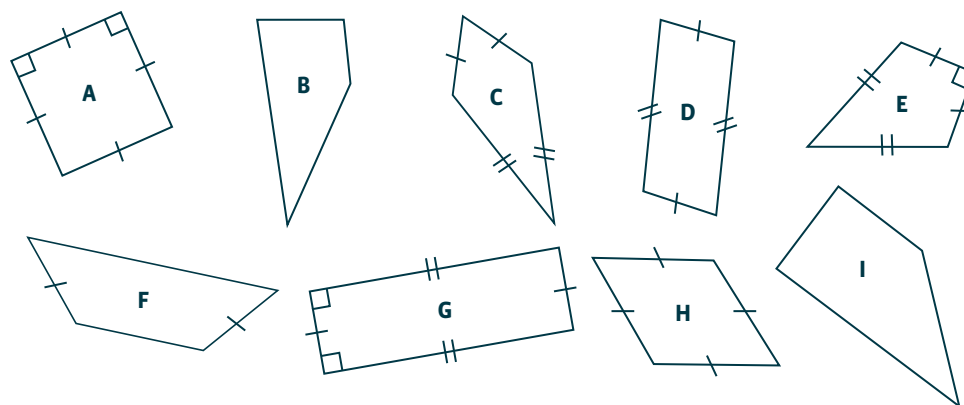




La **Actividad 10** permite reflexionar sobre el conjunto de conocimientos trabajados en la secuencia. La síntesis propuesta al elaborar un cuadro tiene en cuenta las propiedades de los diferentes elementos de los cuadriláteros, y pide relacionar la de diagonales, lados y ángulos. También se pide en b) identificar los datos necesarios para que, al construir las figuras dadas, la figura sea única.

### Actividad 10. Mirar lo que aprendimos

- a) ¿Qué actividades te resultaron más fáciles?  
b) ¿Cuáles te costaron más? ¿Por qué pensás que te resultaron más difíciles?  
c) Ubicá las letras que corresponden a las figuras siguientes en el cuadro.  
(con información sobre lados, diagonales y ángulos en las figuras)



|                                                       | Diagonales perpendiculares<br>y se cortan en sus puntos medios |                         | Diagonales no perpendiculares<br>y se cortan en sus puntos medios |                         |
|-------------------------------------------------------|----------------------------------------------------------------|-------------------------|-------------------------------------------------------------------|-------------------------|
|                                                       | Diagonales<br>iguales                                          | Diagonales<br>distintas | Diagonales<br>iguales                                             | Diagonales<br>distintas |
| 4 lados iguales y 4 ángulos iguales                   |                                                                |                         |                                                                   |                         |
| 4 lados iguales y 2 pares de ángulos iguales          |                                                                |                         |                                                                   |                         |
| 2 pares de lados iguales y 4 ángulos iguales          |                                                                |                         |                                                                   |                         |
| 2 pares de lados iguales y 2 pares de ángulos iguales |                                                                |                         |                                                                   |                         |

- d) ¿Qué datos necesitás y qué instrumentos de geometría para construir una única figura cuando es un:
- cuadrado
  - rectángulo
  - rombo
  - romboide
- e) ¿Tendrías que repasar algo más para poder resolver situaciones donde debas usar propiedades de los cuadriláteros?

La **Actividad 0/11** está pensada para advertir las diferencias entre los saberes de entrada a la secuencia y los de salida, en lo relativo a construcciones, argumentación y propiedades que se pueden explicitar.

En particular, en el punto 1, es posible realizar una ligera variante para la evaluación final. El punto 3 del instructivo sería “trazá un diámetro en cada circunferencia” lo que implicaría dos decisiones posibles, que sean o que no sean perpendiculares y por lo tanto que resulte un rombo o un paralelogramo propiamente dicho. En la consigna la variante sería cambiarla por: *¿Qué agregarías al instructivo para que la construcción dé lugar a una única figura?*

En cuanto al ítem 2, será importante registrar las diferencias entre los tipos de mensajes que los alumnos puedan escribir tanto en lo referido a si la información es o no completa en cada paso como a la adecuación del vocabulario geométrico utilizado.

En el punto 3, se pide utilizar los conocimientos abordados en la actividad 6 en relación con el uso de propiedades conocidas para afirmar otras, en este caso, las relativas a las diagonales del cuadrado.

Por último, la lista de propiedades que puedan identificar permitirá al docente identificar cuáles de las propiedades trabajadas resultaron más significativas y cuáles deberá retomar a futuro.



### Actividad 0/11. ¿Qué sabemos?

**1. Para resolver:**

Seguí las instrucciones para hacer el dibujo:

1. Marca en tu cuaderno un punto O.
2. Dibujá dos circunferencias con centro en O de distinto diámetro.
3. Trazá un diámetro en cada circunferencia de manera que sean perpendiculares.
4. Llamá AC a uno de los diámetros y BD al otro.
5. Dibujá el cuadrilátero ABCD.

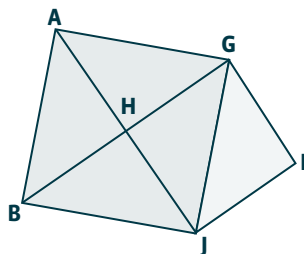
¿De qué cuadrilátero se trata? ¿Cómo te diste cuenta?

**2. Para construir:**

Escribí un mensaje para que un compañero pueda dibujar un rectángulo con diagonales de 5cm.

**3. Para explicar:**

Se construye un cuadrado AGJB y luego un triángulo GIJ igual a GHJ



a) ¿Se puede asegurar que la figura HGIJ es un cuadrado? ¿Por qué?

b) Si la figura naranja fuera un rectángulo, ¿qué cuadrilátero se hubiera obtenido al agregar el triángulo amarillo? ¿Por qué?

**4. Para registrar lo que aprendiste:**

Hacé una lista de todas las propiedades que conocés de las figuras siguientes:

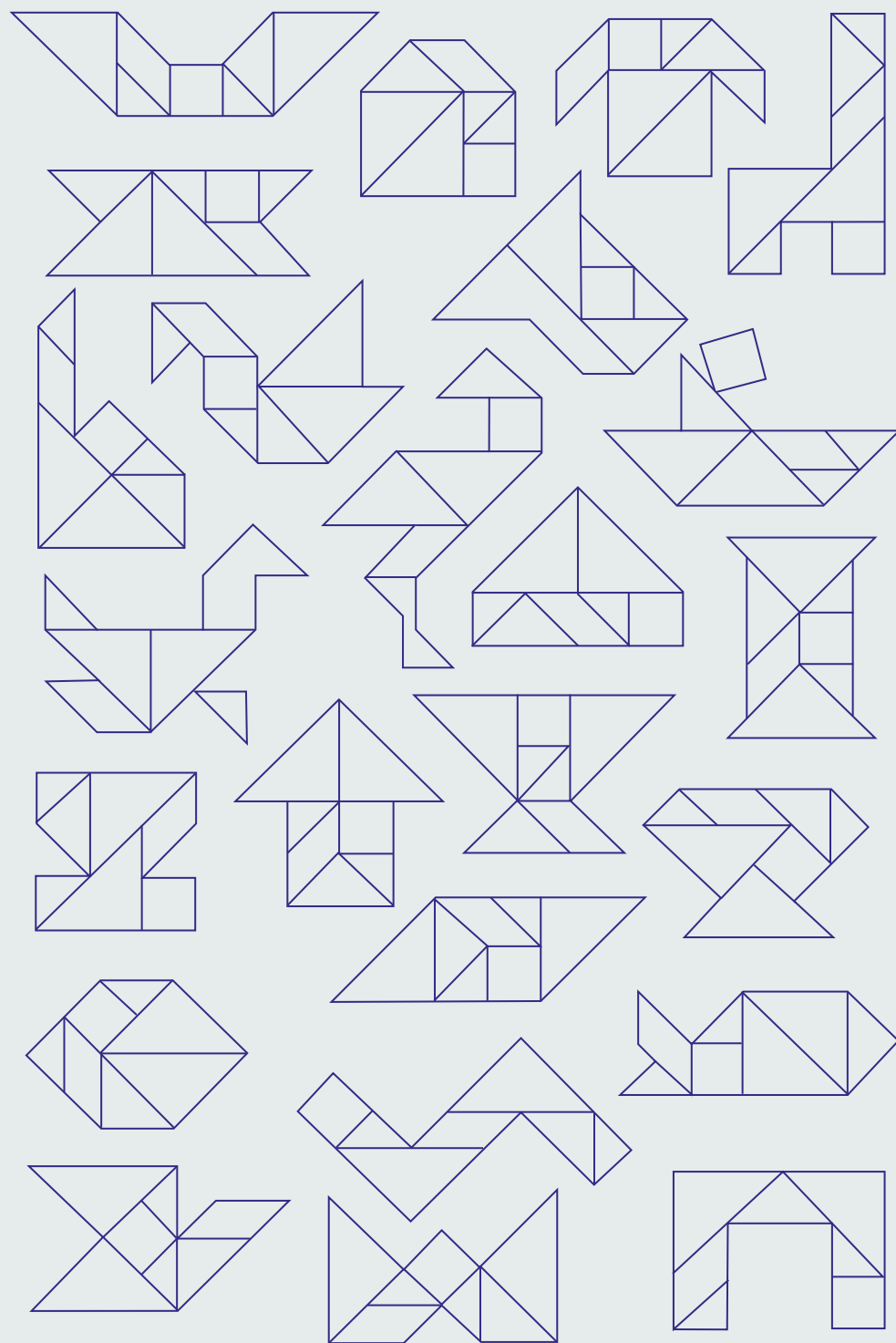
- cuadrado
- rectángulo
- rombo
- paralelogramo propiamente dicho
- romboide





## Plantilla con figuras y soluciones para el juego del Tangram

132





## Las actividades de las secuencias y el uso de Geo Gebra<sup>1</sup>

Caracterizar el trabajo geométrico a lo largo de la escuela obligatoria requiere considerar una práctica de resolución de problemas que va evolucionando desde unas primeras exploraciones sobre objetos del mundo físico, apoyadas en comprobaciones empíricas, hacia la consideración de objetos geométricos que se definen, y sobre los que se argumenta, en base a propiedades que son independientes de los dibujos o representaciones particulares que se usan para “hablar” de ellos. En este proceso cabe preguntarnos qué lugar dar al uso de las computadoras en la escuela primaria y, en particular, al de programas de geometría dinámica como Geo Gebra.

Es más, resulta necesario profundizar la investigación didáctica de la cuestión, dado que algunos autores señalan que la introducción de nuevas tecnologías cambia la naturaleza misma de los problemas que interesa resolver y los métodos para hacerlo. Al respecto, Balacheff (2000)<sup>2</sup>, afirma que la tecnología ofrece la posibilidad de tratar problemas que de otro modo no serían accesibles y de acceder a un enfoque experimental de las matemáticas que cambia la naturaleza de su aprendizaje.

En este escenario, y con más preguntas que respuestas, proponemos una primera aproximación al uso de Geo Gebra como un recurso posible en el marco de las propuestas de las secuencias.

En principio, no podemos desconocer el peso que tiene en nuestra tradición escolar un trabajo sobre la geometría bastante aritmetizado, focalizado en el cálculo de medidas a través del uso de fórmulas típicas que pocas veces se construyen y analizan. El tratamiento de las figuras y cuerpos muchas veces se centra en definiciones y clasificaciones, dejando pocas oportunidades para la resolución de problemas. En este contexto, recuperar otro sentido para la enseñanza de la geometría en la escuela básica, resulta todo un desafío. Sumar a este desafío el uso de nuevas tecnologías, podría interpretarse como una complicación más, pero también puede ser una oportunidad para asumir la tarea con nuevas herramientas.

Por una parte, el uso de programas de geometría dinámica permite superar algunas dificultades manuales y prácticas que presentan los dibujos con lápiz y papel.

Muchas veces, frente a un problema de construcción, se desplaza el foco de la actividad a la obtención de una precisión en el dibujo que no es vital para su resolución. Otras, y si el manejo de los instrumentos es muy limitado, el dibujo que se obtiene no permite ningún análisis.

En cambio, los dibujos generados con la computadora son siempre “precisos”, aunque no estén correctamente contruidos, y eventualmente pueden ampliarse, lo que facilita su análisis.

No estamos afirmando aquí que no haya que hacer más dibujos sobre papel en la escuela, es más, hay un conocimiento sobre la función de los instrumentos, en particular de la escuadra y el compás, que necesita de su manipulación efectiva. Por ejemplo, en las Actividades 1 y 2 de la secuencia de quinto el trazado efectivo de paralelas usando regla y escuadra es central para vincular ese procedimiento con la idea misma de paralelismo. En cambio en el programa, basta indicar la recta inicial y el punto por el que debe pasar una paralela para que ésta aparezca en la pantalla, quedando oculta tanto la distancia entre ambas como su relación con una tercera recta transversal a ambas.

Otra ventaja del uso de la computadora es que los dibujos realizados dejan de ser estáticos, para convertirse en dinámicos. Una vez realizada la construcción, y si la figura está claramente definida, el dibujo se puede mover “arrastrando” un punto - y según sea la construcción ampliar o reducir- sin que sus propiedades se vean alteradas. Como señala Scaglia ( ) retomando a Marrades y Gutiérrez, el modo de arrastre permite a los estudiantes, en unos pocos segundos, ver tantos ejemplos como deseen y les proporciona un feedback inmediato que no podría obtenerse nunca dibujando con lápiz y papel.

Asimismo, se puede generar una construcción que permita explorar cómo se modifica el dibujo cuando se varía uno o varios datos/condiciones, lo que permite pasar de resolver un problema particular a estudiar una familia de casos.

133

1. Si bien existen diversos programas de geometría dinámica se utiliza este por su acceso gratuito. Si se dispone de otro, como Cabri Géomètre, Geometer's Sketchpad, Compass and Ruler tienen un funcionamiento similar. Es más todos derivan del Cabri-Géomètre que fue desarrollado por el investigador Jean-Marie Laborde, y contó con la colaboración de su tesista Frank Bellemain.

2. En Scaglia (2008).





De este modo, el uso del recurso podría contribuir, bajo ciertas condiciones, a avanzar en los procesos de generalización y en la diferenciación de las figuras de sus representaciones.

Decimos bajo ciertas condiciones, porque el recurso en sí mismo no garantiza un trabajo de producción por parte de los alumnos.

En ocasiones, todos los elementos y relaciones constitutivas de la noción a enseñar son proporcionados de un solo golpe por el profesor o el libro de texto – lo que habitualmente se denomina presentación ostensiva – y el alumno escucha, observa y resuelve ejercicios de aplicación de las nociones dadas por el docente. Otras veces, es posible identificar también la “ostensión disfrazada”, es decir propuestas de actividades donde parece que es el alumno quien descubre, por ejemplo alguna propiedad, pero en realidad es la misma actividad la que va mostrando o guiando a lo que se quiere concluir sin que el alumno tome decisión alguna.

Este tipo de intervenciones incluye habitualmente la presentación de imágenes en el pizarrón o en un texto, o dibujos realizados por los propios alumnos imitando un procedimiento que se muestra y, claramente pueden enriquecerse con el uso de software.

Sin embargo, si solo se trata de mostrar construcciones o animaciones en la computadora o en una pizarra digital, sin una gestión de la clase que invite a los alumnos-espectadores a tomar decisiones como productores, podríamos estar cambiando una presentación ostensiva por lo que Saidón llama “ostensión multimedialmente disfrazada”.

Este es un riesgo que debiéramos vigilar, dada la cantidad de applets<sup>3</sup> disponibles en internet. Por ejemplo, podemos comparar dos propuestas para “investigar la relación que existe entre los ángulos de un triángulo”.

Una, ya clásica en el repertorio de muchos textos escolares (A):

*Recortá el siguiente triángulo.*

*Luego separálo en tres partes siguiendo las líneas de puntos.*

*Reacomodá los recortes y pegálos uno a continuación de otro haciendo coincidir los vértices y los lados.*

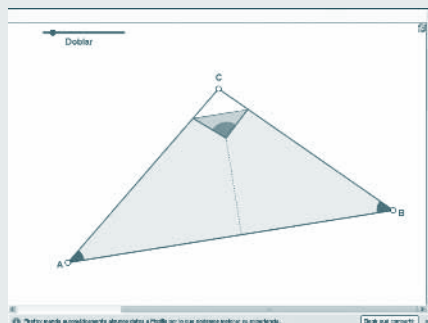
*¿Qué ángulo se formó? ¿Pensás que pasará lo mismo con otro triángulo? ¿Por qué?*



Otra disponible en internet (B) y que invitamos a explorar en:

[http://recursostic.educacion.es/gauss/web/materiales\\_didacticos/primaria/actividades/geometria/poligonos/angulos\\_triangulo/actividad.html](http://recursostic.educacion.es/gauss/web/materiales_didacticos/primaria/actividades/geometria/poligonos/angulos_triangulo/actividad.html)

(B) Selecciona la escena “Demostraciones visuales”. Mueve, despacio, el deslizador “Doblar” hasta la posición Límite derecha. Como ves lo que se ha hecho es doblar el triángulo hasta hacer coincidir los tres vértices. ¿Qué ángulo forman los tres ángulos juntos cuando están en esa posición? Vuelve el deslizador “Doblar” a la posición inicial. Mueve los vértices a posiciones diferentes. Mueve otra vez el deslizador a la derecha. ¿Qué ocurre? Mueve los vértices algunas veces más y repite el proceso. Observa siempre el resultado después de doblar. Escribe tus conclusiones.



3. Un applet es un componente de una aplicación que se ejecuta en el contexto de otro programa, por ejemplo en un navegador web. A diferencia de un programa, un applet no puede ejecutarse de manera independiente, ofrece información gráfica y a veces interactúa con el usuario pero normalmente lleva a cabo una función muy específica que carece de uso independiente.





Estas propuestas, ¿son sustantivamente diferentes? ¿En qué momento podrían ser incluidas en una secuencia de actividades? ¿Con qué propósito?

¿Qué tipo de intervenciones serían necesarias para enmarcar estas propuestas en una secuencia más amplia que permitiera a los alumnos “investigar la relación que existe entre los ángulos de un triángulo”?

Está claro que la luz, el color y la posibilidad de modificar las figuras, transforma una presentación estática en una dinámica, seguramente más atractiva visualmente, y permite interacciones diferentes. Sin embargo, el tipo de aprendizaje que se promueve con la computadora podría no ser muy distinto al generado usando el pizarrón o una manipulación con recortes de papel. Es más, un problema de construcción con lápiz y papel o a partir de un recorte puede involucrar un desafío intelectual más interesante que observar unas imágenes en movimiento que no han sido producidas por los alumnos y que no ayudan a responder alguna pregunta que se haya planteado antes. Por ejemplo, en la propuesta de la Actividad 5 de la secuencia de quinto grado, y si bien se plantea un trabajo a partir de recortes, se busca que los alumnos relacionen datos conocidos para argumentar en lugar de realizar mediciones o comprobaciones empíricas.

De este modo, el recurso central para la enseñanza es el problema y no el programa.

### Propuestas de actividades

Además de los usos que puede darle el maestro para preparar guías de trabajo con lápiz y papel con buenas ilustraciones y de presentar problemas en los que los alumnos deben realizar una construcción a partir de un conjunto de datos, es posible utilizar el programa para generar otro tipo de actividades.

Por ejemplo, en el Menú **Vista** se encuentra el *Protocolo de la Construcción* que puede imprimir (o mostrar) para solicitar a los alumnos que anticipen qué dibujo se obtiene, generando un tipo de trabajo similar al de interpretar mensajes o construir a partir de un instructivo. A la vez, esta herramienta permite al maestro recuperar y revisar los pasos realizados por los alumnos para hacer la construcción.

Es interesante tener en cuenta que el Protocolo se puede modificar, cambiando la definición de cualquier elemento en *Propiedades del objeto* (aparece al hacer clic derecho sobre la fila del elemento que se quiere modificar en el protocolo). Esto es útil para “corregir” una construcción luego de discutir por qué no se obtuvo lo que se esperaba o generar alguna variación para obtener un único dibujo entre una variedad posible, u otro nuevo.

También es posible usar la *Barra de Navegación*



que aparece haciendo un clic derecho en cualquier sector vacío de la Vista Gráfica, para revisar los pasos realizados uno a uno o fijando un tiempo para la reproducción.

Desde esta perspectiva entonces, y teniendo en cuenta que hay mucho aún para estudiar sobre el uso de TICS en las aulas de la escuela primaria, proponemos un primer acercamiento al uso del Geo Gebra en cuarto grado, que se profundizará en quinto grado, para tener en sexto grado elementos que permitan desarrollar alguna experiencia más genuina en el sentido del trabajo geométrico propuesto en los NAP.

Si la escuela dispone de un referente o facilitador TIC será oportuno y sumamente productivo contar con su acompañamiento, pero las actividades que se proponen permiten que maestros y alumnos vayan familiarizándose con el programa de manera progresiva, sin generar desafíos que requieran la asistencia de un experto.





Es más, en muchas escuelas ya hay experiencias con el uso de Geo Gebra y, en ese caso, el equipo docente diseñará nuevas actividades o realizará las adaptaciones que considere convenientes.

### Actividades para 4to grado

En el caso de que los niños, y eventualmente el maestro, no conozcan el programa proponemos realizar la construcción del Tangram, en la **Actividad 3** de la secuencia, usando Geo Gebra.

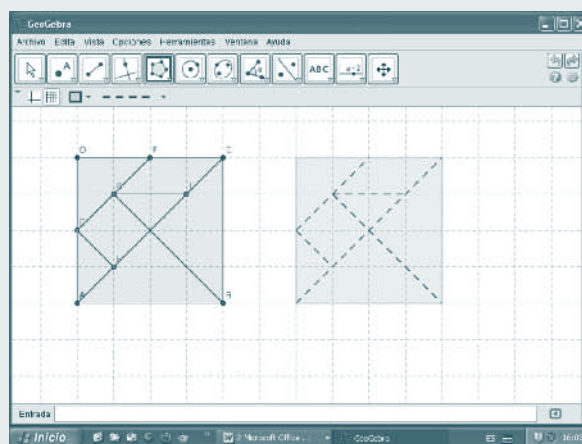
El foco de la tarea para los alumnos es obtener Tangrams de distintos tamaños y colores que puedan imprimirse y recortar, lo que les permitirá ir aprendiendo a usar algunas herramientas del programa.

Además de acercarse al funcionamiento básico del Geo Gebra explorando el menú: **elige y mueve, desplaza vista gráfica, zoom, borra objeto**, se busca conocer el uso de las herramientas: **nuevo punto, segmento entre dos puntos, polígono, polígono regular**.

Se puede proponer hacer el rompecabezas usando como base la cuadrícula, lo que permite a los alumnos que puedan dar cuenta de la igualdad de los lados de los cuadrados y triángulos involucrados, aunque la construcción no se matenga, a menos que se use **polígono rígido**. Esta herramienta también puede bloquearse para evitar que los alumnos la usen.

La clase se puede organizar en grupos o parejas y se propone construir un cuadrado, siempre con la cuadrícula como base, de modo que unos usen **segmento entre dos puntos** y otros **polígono**. Luego se explora cómo se modifica el dibujo cuando se arrastra con **elige y mueve** el primer punto, se compara con el uso de **polígono regular** y se explicitan las características de los dibujos que se obtienen en cada caso.

También es posible explorar **expone/oculta rótulo** y variar las propiedades de los objetos como color y estilo de línea.



En relación con el uso del programa, se pueden imprimir algunas páginas del manual e ir resaltando las herramientas usadas o elaborar un afiche con las funciones básicas para tener como consulta.

La construcción de nuevos rompecabezas en la **Actividad 5** puede ser una oportunidad para utilizar lo aprendido para hacer otros dibujos.

Si se prepara previamente un documento con los segmentos, la **Actividad 8** también podría ser realizada con el programa por todos o algunos niños. En este caso el uso del programa permite explorar una gran variedad de las infinitas soluciones posibles para b) y c).





### Actividades para 5to grado

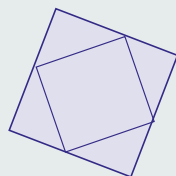
Para avanzar en el conocimiento del programa e ir enriqueciendo la variedad de actividades que ponen en juego las propiedades de los cuadriláteros, se puede proponer dibujar algunas figuras sin usar la cuadrícula ni *polígono regular*.

Es necesario tener en cuenta que en la secuencia solo se trabaja con escuadra y regla pero con el Geo Gebra no es posible hacer un cuadrado o un rectángulo que se mantenga como tal solo recurriendo al uso de paralelas y perpendiculares. Dado que se necesita definir distancias es importante que los alumnos hayan usado efectivamente el compás, e identificado la relación entre los puntos de una circunferencia y su centro, antes de usar la computadora.

Estas construcciones pueden realizarse, por ejemplo:

- En la parte II de la **Actividad 2** antes de (o en lugar de)

*“escribir las instrucciones para que un compañero logre realizar la siguiente figura en papel liso.”*

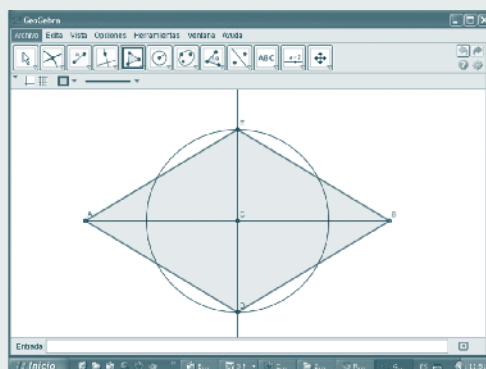
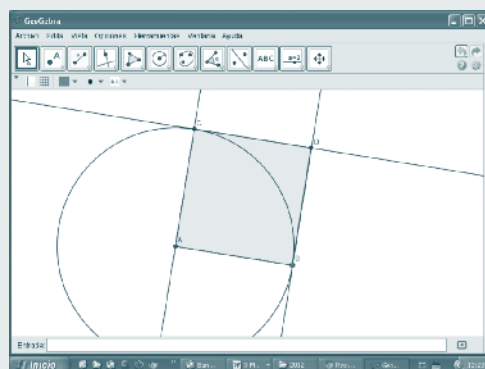


- Para preparar los materiales necesarios para la **Actividad 3**.

En lugar de que sea el maestro el que prepara la fotocopia con un rectángulo de 6 cm por 10 cm, un cuadrado de 6 cm por 6 cm y un rombo con diagonales de 10 y 6 cm, los alumnos en grupos puede hacer los dibujos con la computadora para imprimirlos luego.



Esto requerirá utilizar las herramientas: **rectas perpendiculares y/o paralelas** y **circunferencia** **dado el centro y radio**, **intersección de dos objetos** y **punto medio** para el caso del rombo.



Luego se podrán comparar los protocolos de las construcciones para analizar los pasos que se siguieron y diferenciar las propiedades usadas para construir cuadrado y rectángulo de las usadas para el rombo.

Si bien las propiedades de las diagonales se abordan en sexto grado, la construcción del rombo es accesible para los alumnos y, eventualmente, podría hacerse con apoyo de la cuadrícula.





Si bien en las últimas versiones del programa no es necesario utilizar **intersección de dos objetos** para definir, por ejemplo, el vértice de un polígono, es importante hacerlo para ir diferenciando “lo que se ve” de lo que “está bien definido en la construcción”.

La necesidad de ocultar las circunferencias y rectas auxiliares, y de mantener las medidas para imprimir, llevará a revisar el uso de **Expone/oculta objeto** y las opciones de impresión o, eventualmente, de exportación de la vista gráfica como imagen o al portapapeles.

### Actividades para 6to grado

Ya en este grado, y si se han hecho antes las actividades anteriores u otras equivalentes, es posible plantear algunas actividades donde el uso del programa esté al servicio de un trabajo más específico sobre las propiedades.

Después de analizar los dibujos en a) y b) de la parte II de la **Actividad 2**, se podría hacer la construcción del romboide pedida en c) con la computadora y explorar cómo varían los dibujos moviendo el punto de intersección de las diagonales. Luego se puede discutir qué datos es necesario fijar para obtener un único dibujo.

Otra posibilidad es realizar las construcciones de Leila y Darío con la computadora y, en lugar de escribir y comparar el “paso a paso”, comparar los protocolos de construcción. Luego se registra cuáles son las propiedades de las figuras en las que se basa cada procedimiento.

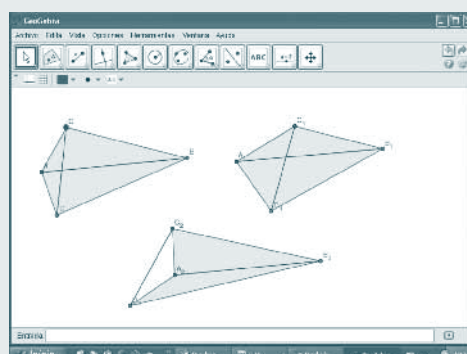
La **Actividad 3** podría desarrollarse totalmente con Geo Gebra.

Al hacer la construcción de I a) es necesario tener en cuenta que, si los alumnos trazan los segmentos de 3 y 5 cm, marcan sus puntos medios, y los superponen a simple vista de modo que coincidan, el polígono no queda bien definido y se desarma. En lugar de anticipar esto a los alumnos habría que dejar que realicen la construcción libremente y, si el polígono se deforma, analizar cómo modificar la construcción para que esto no ocurra. Esto requiere hacer un **segmento de longitud fija**, marcar su **punto medio**, trazar una recta que pase por ese punto y luego marcar una circunferencia cuyo radio será la mitad de la medida de la otra diagonal. De este modo las propiedades de las diagonales son una “herramienta necesaria” para la resolución del problema de construcción.

Para responder b) y c) bastará con analizar las figuras que se obtienen variando la posición de la recta sobre la que se marcó una de las diagonales.

Avanzar con el análisis planteado en II, requiere cambiar la consigna afirmando que en lugar de usar regla y escuadra los chicos tenían computadora. Otra posibilidad es dejar la consigna como está, responderla, y luego analizar si cambian o no las respuestas si se hace el dibujo con GeoGebra.

Al explorar las construcciones que se plantean en III, además de retomar las realizadas en II, es posible combinar **segmentos de longitud fija** de 3 cm y 5 cm respectivamente, sin fijar la intersección de las diagonales, para producir distintos cuadriláteros usando **polígono**. Mover los vértices con **elige y mueve** permitirá generar alguna conjetura acerca de la existencia trapezios y paralelogramos en esa variedad. También es posible explorar si hay alguna relación entre la localización del punto en el que se cortan las diagonales y la existencia de lados iguales en el cuadrilátero.



Como sistematización, por grupos o parejas, los alumnos podrían construir cuadriláteros con diagonales de 3 cm y 5 cm que ilustren la variedad posible, fijando distintos puntos de corte para las diagonales. Esas construcciones podrían organizarse para una presentación con la computadora o para imprimirlas y hacer un afiche.

Construir trapecios a partir de las diagonales requiere procedimientos algo más complejos que podrían abordarse en función de los conocimientos del grupo.

Otra posibilidad es presentar un protocolo como el siguiente para anticipar qué cuadrilátero se forma, apoyándose en algún esquema o figura de análisis que permita ir siguiendo los pasos de la construcción.

| Nº | Nombre                 | Definición                             |
|----|------------------------|----------------------------------------|
| 1  | Punto A                |                                        |
| 2  | Punto B                |                                        |
| 3  | Recta a                | Recta que pasa por A, B                |
| 4  | Recta b                | Recta que pasa por A perpendicular a a |
| 5  | Circunferencia c       | Circunferencia con centro A y radio 3  |
| 6  | Punto C                | Punto sobre c                          |
| 7  | Segmento d             | Segmento [A, C]                        |
| 8  | Recta e                | Recta que pasa por C paralela a a      |
| 9  | Punto D                | Punto de intersección de b, e          |
| 10 | Circunferencia f       | Circunferencia con centro D y radio 5  |
| 11 | Punto E                | Punto de intersección de f, a          |
| 11 | Punto F                | Punto de intersección de f, a          |
| 12 | Cuadrilátero polígono1 | Polígono A, D, C, F                    |

Luego, o con algunos alumnos, se podría profundizar con alguna de estas opciones:

- analizar qué otro dato se necesita para que el trapecio que se obtiene sea único
- estudiar cómo modificar el protocolo para obtener un trapecio que no sea rectángulo
- ¿Es posible obtener un trapecio sea isósceles moviendo los puntos C y D sobre la recta e y sin variar otros datos? ¿Por qué?

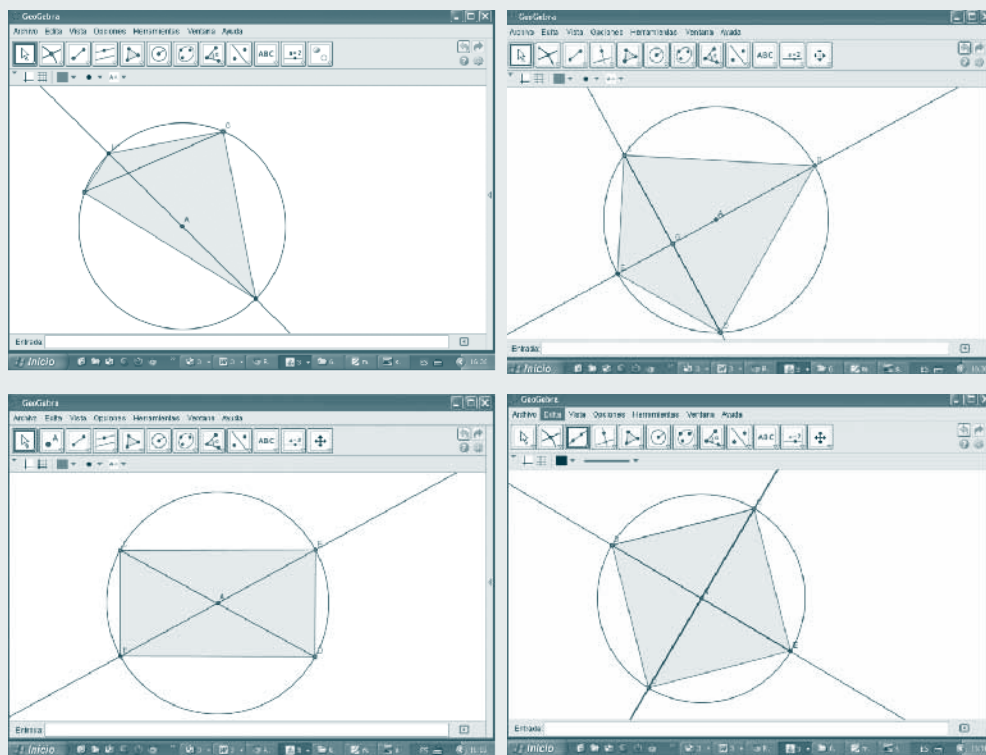
Hacer la construcción de la **Actividad 5** con el programa permite advertir fácilmente la variedad de cuadriláteros posibles, a nivel de una primera exploración. Se puede hacer el segmento, marcar el punto medio, trazar la circunferencia. También se puede discutir cómo dibujar un diámetro si se dibuja primero la circunferencia. Luego, usando polígono, se ubican los vértices sobre la circunferencia y, al moverlos, se forman distintos cuadriláteros sin tener que dibujarlos.

Previamente, es importante que los alumnos enfrenten la **Actividad 4** con lápiz, papel y escuadra. Es todo un desafío encontrar esos rectángulos, dada la fuerte marca de los esquemas perceptivos derivados de dibujos presentes en muchos textos escolares, en los que los rectángulos aparecen sistemáticamente ubicados con sus lados paralelos a los bordes de la hoja, y diagonales oblicuas en relación con esos bordes<sup>4</sup>.

4. Para leer más sobre este tema puede consultar: Scaglia, S. y Moriena, S. Prototipos y estereotipos en geometría. Educación Matemática, vol. 17, núm. 3, diciembre, 2005, pp. 105-120, Grupo Santillana México. Disponible en: <http://www.redalyc.org/articulo.oa?id=40517306>.



Luego se podrá usar la circunferencia y un diámetro como base y explorar qué cuadriláteros inscriptos se obtienen en función de distintas dimensiones o puntos de intersección y posiciones relativas de las diagonales.

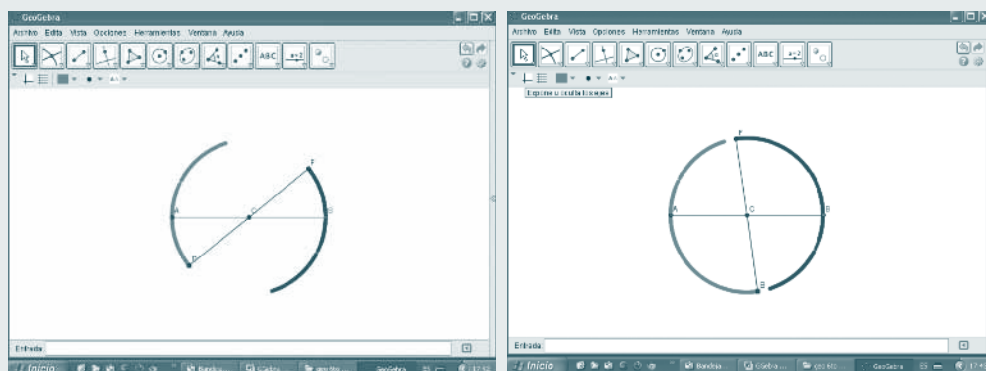


140

Analizar las construcciones permitirá explicitar que si se unen los extremos de dos diámetros de una circunferencia se obtienen un rectángulo y, si los diámetros son perpendiculares, un cuadrado. Esto se retoma en el punto a) de la tarea.

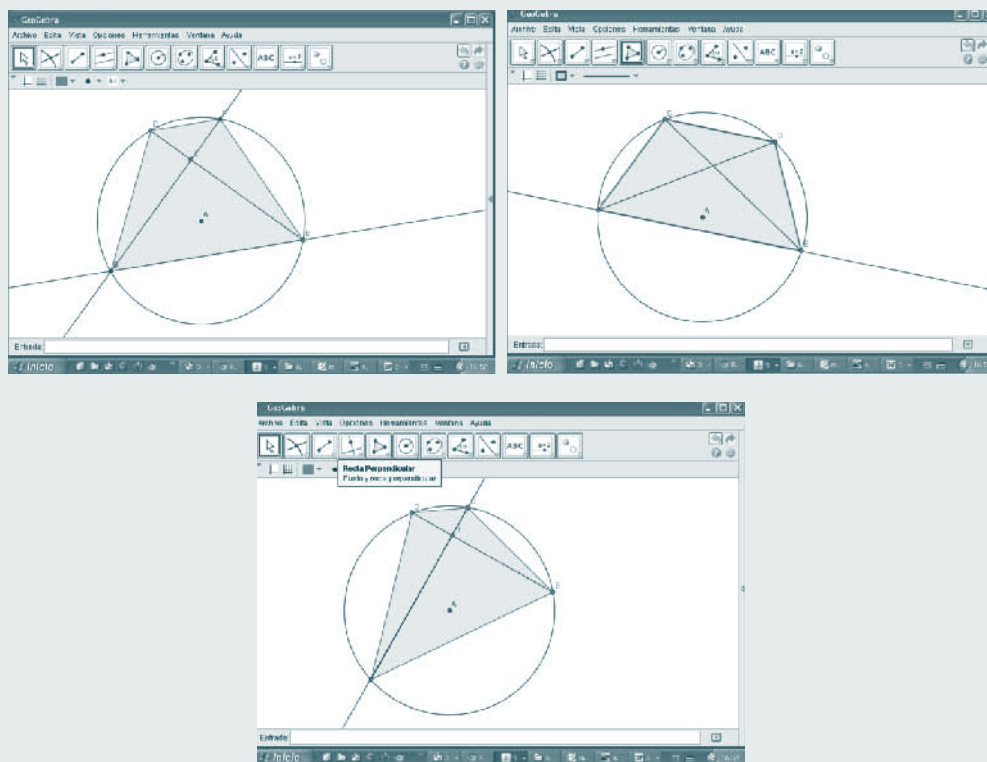
Eventualmente, como actividad complementaria, los alumnos podrían anticipar, y explorar luego, qué tipo de triángulo se forma usando como vértices los extremos del diámetro y un punto de la circunferencia.

También sería posible dibujar dos segmentos iguales, que se cortan en sus puntos medios y utilizar la opción **Activa rastro** para dos extremos para observar qué figura se forma al moverlos.





Otra posibilidad es explorar el caso de diagonales, iguales o no, perpendiculares o no, que no son diámetros en ningún caso para identificar otros cuadriláteros.



En todos los casos se trata de generar un primer momento de anticipación, luego explorar, generar nuevas preguntas, modificar algún dato para contrastar y registrar conclusiones, aunque sean provisionarias.

Tengamos en cuenta que, tal como afirma Itzcovich (2005) *...las situaciones que se propongan a los alumnos con la finalidad de indagar, identificar o reconocer propiedades de las figuras deben impactar en procesos intelectuales que permitan hacer explícitas las características y propiedades de los objetos geométricos, más allá de los dibujos que utilicen para representar dichas figuras.*

#### Algunas notas y bibliografía de referencia

- Las primeras investigaciones que dan origen a estos programas surgen a principios de los años 80, en el Laboratorio Leibniz, en Grenoble, Francia. Unos años más tarde, Jean-Marie Laborde y sus colaboradores desarrollan el Cabri-Géomètre. Posteriormente, Texas Instruments incluye este paquete en su calculadora TI-92, primera calculadora geométrica.

<http://www.cabri.net/cabri2/accueil.php>

- GeoGebra es un software libre y gratuito desarrollado por Markus Hohenwarter de la Universidad de Salzburgo, Austria, en 2001.

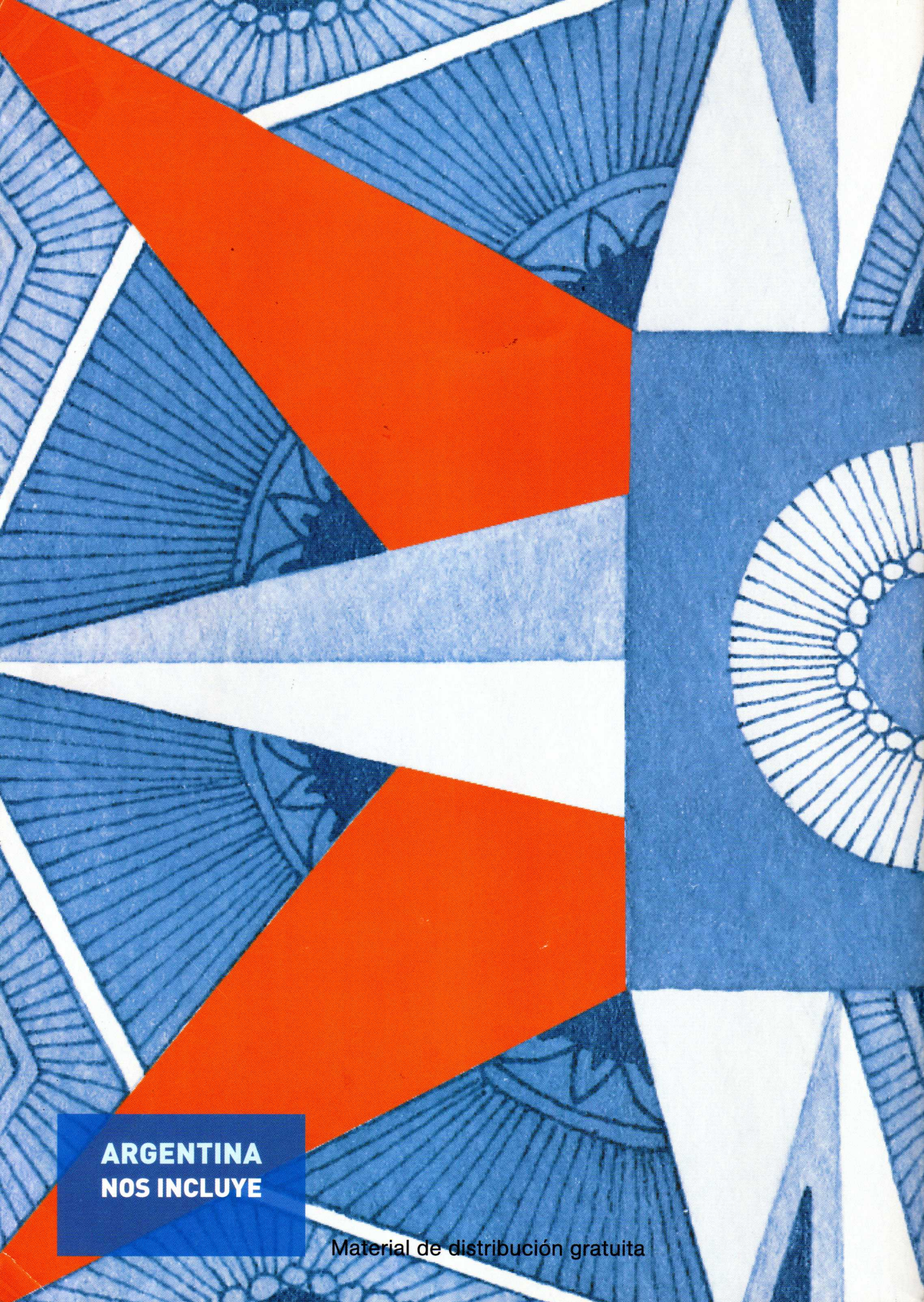
<http://www.geogebra.org/cms/es/>





- Documento de Ayuda de GeoGebra  
<http://www.geogebra.org/help/docues.pdf>
- Foro [www.geogebra.org/forum](http://www.geogebra.org/forum) Hispano parlante Liliana Saidon - Dir. Centro Babbage [liliana.saidon@centrobabbage.com](mailto:liliana.saidon@centrobabbage.com)
- Itzcovich, H. (2005) Iniciación al estudio didáctico de la Geometría. Libros del Zorzal. Buenos Aires.
- Saidón, L. (2007) Capacitación e investigación perspectivas para analizar desafíos. En. Abrate, R. & Pochulu, M. (Comps.) Experiencias, propuestas y reflexiones para la clase de Matemática 1ª ed. Villa María: Universidad Nacional de Villa María. Disponible en <http://centrobabbage.com/documentos.html>
- Scaglia S. y Götte, M. (2008) Una propuesta de capacitación docente basada en el uso de un software de geometría dinámica. Revista Electrónica de Investigación en Educación en Ciencias, Año 3, Nº. 1, 2008, págs. 35-50  
[http://www.scielo.org.ar/scielo.php?pid=S1850-66662008000100004&script=sci\\_arttext](http://www.scielo.org.ar/scielo.php?pid=S1850-66662008000100004&script=sci_arttext)





**ARGENTINA  
NOS INCLUYE**

Material de distribución gratuita